

対応のある 2 標本の t 検定

2つの標本グループを比較して、変化があるのかどうかを検定したい場合、どのようにするかを考える。2つの標本グループの比較の場合、対応のある場合とない場合の2つのパターンがある。今回は対応のある場合を考える。

対応のある 2 標本：

- 同じ対象を 2 回測定
- 前後比較、ペアになっているデータ
- 例：ダイエット前後の体重、勉強前後のテスト点数

対応のない 2 標本：(Q3300 で学ぶ)

- 異なる対象を比較
- 例：A 組と B 組、男子と女子

検定の考え方

各ペアの差を計算：

$$d_i = (\text{後}) - (\text{前})$$

差の平均 \bar{d} が 0 と異なるか検定する。

仮説：

- $H_0 : \mu_d = 0$ (差がない)
- $H_1 : \mu_d \neq 0$ (差がある)

実質的には、差 d を 1 つの変数と見なして 1 標本の t 検定を行う。

対応のある 2 標本の t 検定 (5 ステップ)

Step 1：仮説を立てる

- $H_0 : \mu_d = 0$ (差がない)
- $H_1 : \mu_d > 0$ 、 $\mu_d < 0$ 、または $\mu_d \neq 0$
- 有意水準 α を決める (通常 0.05)

Step 2：各ペアの差を計算

$$d_i = (\text{後の値}) - (\text{前の値})$$

Step 3：差の平均と標準偏差を求める

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i, \quad s_d$$

Step 4：t 値を計算し判定

$$t = \frac{\bar{d} - 0}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

Step 5：結論を述べる

例 1

10 人がダイエットプログラムに参加した。開始前と 4 週間後の体重 (kg) は以下のとおりである。「このダイエットプログラムは体重が減少する」と言えるか。有意水準 5% で検定しなさい。

ID	前	後	差
1	68	69	+1
2	72	71	-1
3	65	66	+1
4	70	67	-3
5	75	73	-2
6	62	61	-1
7	69	68	-1
8	71	69	-2
9	66	67	+1
10	73	71	-2

問 1 12 人の生徒が新しい勉強法を試した。実施前と実施後のテスト点数は以下のとおりである。この新しい勉強法では成績が向上すると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

ID	前	後	差
1	65	76	+11
2	70	65	-5
3	62	68	+6
4	68	70	+2
5	72	63	-9
6	58	64	+6
7	75	70	-5
8	64	66	+2
9	69	76	+7
10	66	68	+2
11	71	66	-5
12	63	66	+3

問 2 8 人が筋力トレーニングプログラムを 4 週間実施した。トレーニング前後の握力 (kg) は以下の表のとおりであった。この筋力トレーニングのプログラムで握力が向上したと言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

ID	前	後	差
1	42	41	-1
2	38	38	0
3	45	46	+1
4	40	42	+2
5	43	46	+3
6	37	37	0
7	41	42	+1
8	39	40	+1

例 1

10 人がダイエットプログラムに参加した。開始前と 4 週間後の体重 (kg) は以下のとおりである。「このダイエットプログラムは体重が減少する」と言えるか。有意水準 5% で検定しなさい。

ID	前	後	差
1	68	69	+1
2	72	71	-1
3	65	66	+1
4	70	67	-3
5	75	73	-2
6	62	61	-1
7	69	68	-1
8	71	69	-2
9	66	67	+1
10	73	71	-2

Step 1 : 仮説を立てる

$$H_0 : \mu_d = 0 \quad H_1 : \mu_d < 0$$

Step 2 : 各ペアの差を計算

表の「差」の列を参照（既に計算済み）

Step 3 : 差の平均と標準偏差

$$\bar{d} = -0.9, \quad s_d = 1.45$$

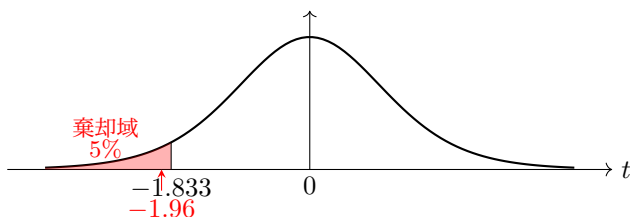
Step 4 : t 値を計算

$$t = \frac{-0.9}{1.45/\sqrt{10}} = \frac{-0.9}{0.459} \approx -1.96$$

臨界値（左側検定、自由度 9）：

$$-t_{0.05}(9) = -1.833$$

$t = -1.96 < -1.833$ なので棄却域に入る。



Step 5 : 結論 帰無仮説を棄却する。

答：有意水準 5% で、このダイエットプログラムには体重減少の効果があると言える。

問 1

12 人の生徒が新しい勉強法を試した。実施前と実施後のテスト点数は以下のとおりである。この新しい勉強法では成績が向上すると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

ID	前	後	差
1	65	76	+11
2	70	65	-5
3	62	68	+6
4	68	70	+2
5	72	63	-9
6	58	64	+6
7	75	70	-5
8	64	66	+2
9	69	76	+7
10	66	68	+2
11	71	66	-5
12	63	66	+3

Step 1 : 仮説を立てる

$$H_0 : \mu_d = 0 \text{ (点数に変化がない)}$$

$$H_1: \mu_d > 0 \text{ (点数が向上した)}$$

Step 2 : 各ペアの差を計算

表の「差」の列を参照

Step 3 : 差の平均と標準偏差

$$\bar{d} = +1.25, \quad s_d = 6.03$$

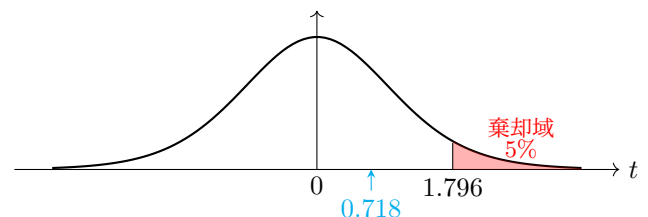
Step 4 : t 値を計算

$$t = \frac{1.25}{6.03/\sqrt{12}} = \frac{1.25}{1.741} \approx 0.718$$

臨界値（右側検定）：

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$

$t = 0.718 < 1.796$ なので棄却域に入らない。



Step 5 : 結論 帰無仮説を棄却できない。

答：有意水準 5% では、この勉強法に点数向上の効果がある
とは言えない。個人によって点数の変化が大きく異なる。

問 2 8 人が筋力トレーニングプログラムを 4 週間実施した。トレーニング前後の握力 (kg) は以下の表のとおりであった。この筋力トレーニングのプログラムで握力が向上したと言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

ID	前	後	差
1	42	41	-1
2	38	38	0
3	45	46	+1
4	40	42	+2
5	43	46	+3
6	37	37	0
7	41	42	+1
8	39	40	+1

Step 1: 仮説を立てる

$H_0 : \mu_d = 0$ (握力に変化がない)

$H_1 : \mu_d > 0$ (握力が向上した)

Step 2: 各ペアの差を計算

表の「差」の列を参照

Step 3: 差の平均と標準偏差

$$\bar{d} = 0.875, \quad s_d = 1.246$$

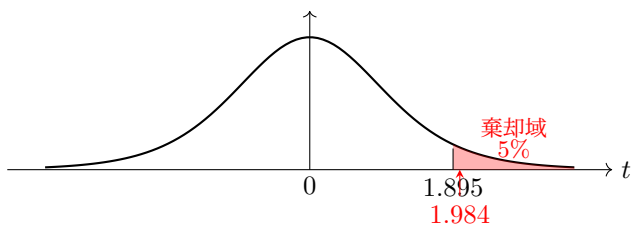
Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{0.875}{1.246/\sqrt{8}} = \frac{0.875}{0.441} \approx 1.984$$

臨界値：

$$t_{0.05}(7) = 1.895$$

$t = 1.984 > 1.895$ なので棄却域に入る。



Step 5 : 結論 帰無仮説を棄却する。

答：有意水準 5% で、このトレーニングには握力向上の効果があると言える。