t 検定とは何か？

正規分布を用いた母比率の検定は、「母比率と標本比率の差は偶然の範囲内か？」を検定したのに対し、t 検定とは、「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」を検定します。

例 1　ある高校で 17 歳の男子生徒 10 人を無作為抽出して身長を測定したところ平均 $\bar{x} = 174$cm、標本標準偏差 $s = 5$cm であった。この高校の平均身長は全国平均の 170cm と比べて高いと言えるか。

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

この例では：
標本平均 $\bar{x} = 174$ cm
仮定する母平均 $\mu = 170$ cm（全国平均）
差 $= 174 - 170 = 4$ cm

問い： この 4cm の差は、

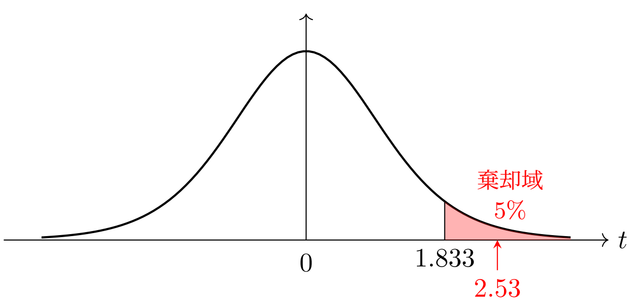
- 偶然のばらつきの範囲内か？
- それとも、本当にこの高校の母平均は 170cm より高いのか？

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。
帰無仮説 H_0 :「この高校の平均身長は 170cm である」
対立仮説 H_1 :「この高校の平均身長は 170cm より高い」
母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。H_0 に基づき、$\bar{x} = 174$cm の t 値を求めると、

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{174 - 170}{5/\sqrt{10}} = \frac{4}{1.581} \approx 2.53$$

一方 t 分布で右側 5% の棄却域をとるならば、自由度 9 で $\alpha = 0.05$ の臨界値は、

$$t_{0.05}(9) = 1.833$$



$\bar{x} = 174$cm $(t = 2.53)$ は棄却域の中に入るので、H_0 は棄却される。
有意水準 5% で、この高校の平均身長は全国平均より高いと言える。

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる

- $H_0 : \mu = \mu_0$
- $H_1 : \mu > \mu_0$ または $\mu < \mu_0$
- 有意水準 α を決める（通常 0.05）

Step 2：標本平均と標本標準偏差を求める

$$\bar{x}, \qquad s$$

Step 3：t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Step 4：臨界値と比較

- 自由度：$\phi = n - 1$
- t 分布表から臨界値を読む
- t 値が棄却域に入るか判定

Step 5：結論を述べる

- 棄却域に入る → 「H_0 を棄却する」
- 棄却域に入らない → 「H_0 を棄却できない」

例 2　ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：
74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78
全国平均は 75 点である。有意水準 5% で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

104, 98, 103, 102, 105, 101, 99, 104

規格では重量は 100g である。有意水準 5% で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

問 2 ある農園で収穫されたみかん L サイズ 12 個の重量（g）を測定したところ、次の値が得られた。

127, 132, 128, 130, 127, 129,
131, 126, 133, 128, 130, 127

L サイズのみかんの規格重量は 128g とされている。有意水準 5% で、この農園の L サイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

++*+*+*+*+*+*+ 【解答】*+*+*+*+*+*+*+*+

例 2 ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：

74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78

全国平均は 75 点である。有意水準 5% で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

Step 1： 仮説を立てる

$H_0 : \mu = 75$ (学校の平均は全国平均と等しい)

$H_1 : \mu < 75$ (学校の平均は全国平均より低い)

Step 2： 標本平均と標本標準偏差

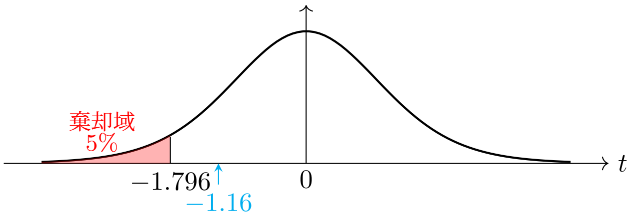
$$\bar{x} = 73.75, \qquad s = 3.72$$

Step 3： t 値を計算

$$t = \frac{73.75 - 75}{3.72/\sqrt{12}} = \frac{-1.25}{1.074} \approx -1.16$$

Step 4： 臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却できない。

答：有意水準 5% では、この学校の平均点が全国平均より低いとは言えない。

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

104, 98, 103, 102, 105, 101, 99, 104

規格では重量は 100g である。有意水準 5% で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

Step 1: 仮説を立てる

$H_0 : \mu = 100$ (この工場の平均重量は規格通り)

$H_1 : \mu > 100$ (平均重量は規格より重い)

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

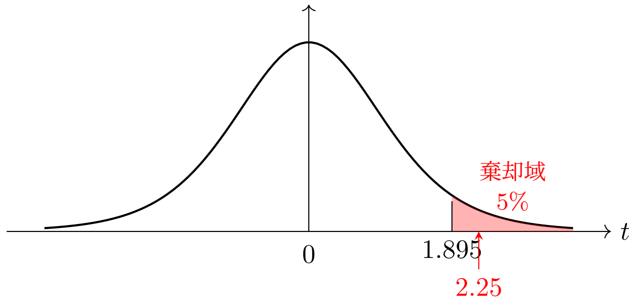
$$\bar{x} = 102, \qquad s = 2.51$$

Step 3: t 値を計算

$$t = \frac{102 - 100}{2.51/\sqrt{8}} = \frac{2}{0.887} \approx 2.25$$

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(7) = 1.895$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却する。

答：有意水準 5% で、この工場の製品は規格の 100g よりも重いと言える。

問 2 ある農園で収穫されたみかん L サイズ 12 個の重量（g）を測定したところ、次の値が得られた。

127, 132, 128, 130, 127, 129,

131, 126, 133, 128, 130, 127

L サイズのみかんの規格重量は 128g とされている。有意水準 5% で、この農園の L サイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

Step 1: 仮説を立てる

$H_0 : \mu = 128$ (この農園の平均重量は規格通り)

$H_1 : \mu > 128$ (平均重量は規格より重い)

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

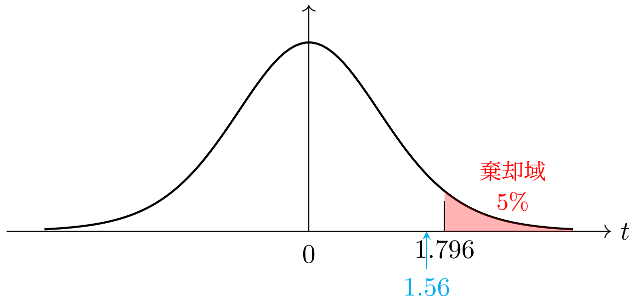
$$\bar{x} = 129, \qquad s = 2.22$$

Step 3: t 値を計算

$$t = \frac{129 - 128}{2.22/\sqrt{12}} = \frac{1}{0.641} \approx 1.56$$

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 5: 結論　帰無仮説は棄却されない。

答：有意水準 5% で、この農園のみかんは規格より重いとは言えない。