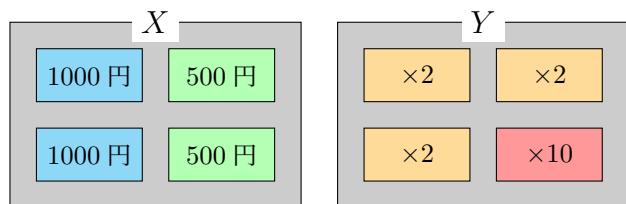


確率変数 X と Y で、 $E(XY)$ と $E(X)$ 、 $E(Y)$ との関係

独立の場合

目隠しをして X の箱から 1 枚のカードを取り出し、続いて Y の箱からも 1 枚カードを取り出す。2つのカードの積の金額がもらえるとすると、その期待値はいくらか。



$$E(X) = 1000 \times \frac{1}{2} + 500 \times \frac{1}{2} = 750$$

$$E(Y) = 2 \times \frac{3}{4} + 10 \times \frac{1}{4} = 4$$

$$E(XY) = E(X) \times E(Y) ?$$

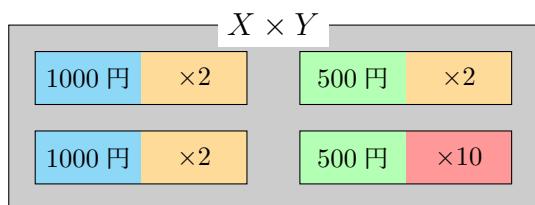
X	1000 円	500 円	1000 円	500 円
Y	$\times 10$	$\times 10$	$\times 2$	$\times 2$
XY	10000 円	5000 円	2000 円	1000 円
$P(XY)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
$E(XY)$	$\frac{10000}{8} + \frac{5000}{8} + \frac{6000}{8} + \frac{3000}{8} = \frac{24000}{8} = 3000$			

確率変数の積の平均

X, Y が独立のとき、

$$E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$$

【独立でない場合】目隠しをして箱から 1 枚のカードを取り出す。このカードの表に書いてある金額 X に裏に書いてある数字 Y をかけた金額が貰える。金額の平均を求めよ。



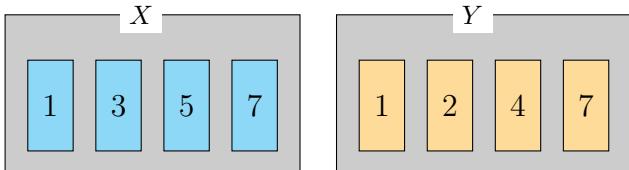
X	500 円	1000 円	500 円
Y	$\times 10$	$\times 2$	$\times 2$
XY	5000 円	2000 円	1000 円
$P(XY)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$E(XY) = \frac{5000}{4} + \frac{4000}{4} + \frac{1000}{4} = 2500$$

だから独立でない場合、 $E(XY) \neq E(X) \cdot E(Y)$

例 1

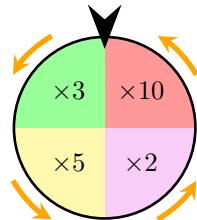
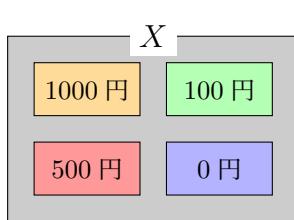
X の箱には、1,3,5,7 と書かれたカードが 1 枚ずつ、 Y の箱には、1,2,4,7 と書かれたカードが 1 枚ずつ入っている。それぞれの箱から 1 枚ずつカードを取り出す。書かれた数の積の平均を求めよ。



答 $E(XY) =$

問 1

箱の中には 1000 円、500 円、100 円、0 円と書かれたカードが 1 枚ずつ入っており、目隠しをして 1 枚引く。その後、ルーレットで出た数をかけた金額が貰える。貰える金額の平均を求めよ。ただし、ルーレットはどの値も等しくなるものとする。



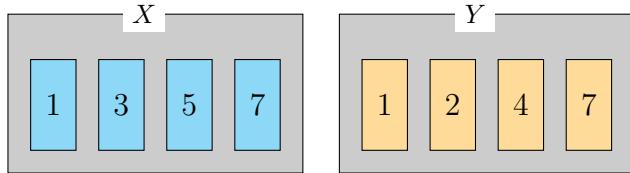
答 $E(XY) =$

問 2

白黒二つのサイコロを投げたとき、出た目の積の期待値を求めよ。

答 $E(XY) =$

例 1 X の箱には、1,3,5,7 と書かれたカードが 1 枚ずつ、 Y の箱には、1,2,4,7 と書かれたカードが 1 枚ずつ入っている。それぞれの箱から 1 枚ずつカードを取り出す。書かれた数の積の平均を求めよ。



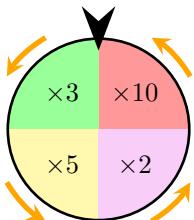
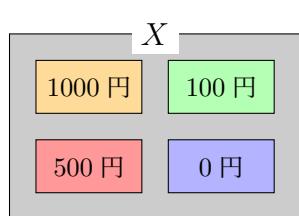
$$\overline{E(X)} = \frac{1+3+5+7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$E(Y) = \frac{1+2+4+7}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

X と Y は独立であるので、 $E(XY) = 4 \times \frac{7}{2} = 14$

答 $E(XY) = 14$

問 1 箱の中には 1000 円, 500 円, 100 円, 0 円と書かれたカードが 1 枚ずつ入っており、目隠しをして 1 枚引く。そのあと、ルーレットで出た数をかけた金額が貰える。貰える金額の平均を求めよ。ただし、ルーレットはどの値も等しくなるものとする。



$$E(X) = \frac{1000 + 500 + 100 + 0}{4} = 400$$

$$E(Y) = \frac{10 + 3 + 5 + 2}{4} = 5$$

X と Y は独立であるので、 $E(XY) = 400 \times 5 = 2000$

答 $E(XY) = 2000$ 円

問2 白黒二つのサイコロを投げたとき、出た目の積の期待値を求めよ。

\times	\square	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
\square	1	2	3	4	5	6	
\blacksquare	2	4	6	8	10	12	
\blacksquare	3	6	9	12	15	18	
\blacksquare	4	8	12	16	20	24	
\blacksquare	5	10	15	20	25	30	
\blacksquare	6	12	18	24	30	36	

$$E(X) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$$

Y	■	□	▢	▢	▢	▢
$P(Y)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$E(Y) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot \frac{1}{6} = 3.5$						

$$E(Y) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$$

X と Y は独立であるので、 $E(XY) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{49}{4}$

答 $E(XY) = \frac{49}{4}$
