




独立している2つの試行

両方やったらいくら貰えと期待できるか？





サイコロ		
X	3000 円	0 円
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

$$E(X) = 3000 \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{5}{6} = 500$$

硬貨投げ		
Y	1000 円	100 円
$P(Y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$E(Y) = 1000 \times \frac{1}{2} + 100 \times \frac{1}{2} = 550$$

両方やったら期待値はいくらになるか？

サイコロ + 硬貨投げ				
$X + Y$	4000 円	3100 円	1000 円	100 円
$P(X + Y)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$

$$\begin{aligned} E(X + Y) &= 4000 \times \frac{1}{12} + 3100 \times \frac{1}{12} + 1000 \times \frac{5}{12} + 100 \times \frac{5}{12} \\ &= \frac{4000 + 3100 + 5000 + 500}{12} \\ &= \frac{12600}{12} \\ &= 1050 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(X + Y) &= 4000 \times \frac{1}{12} + 3100 \times \frac{1}{12} + 1000 \times \frac{5}{12} + 100 \times \frac{5}{12} \\ &= (3000 + 1000) \cdot \frac{1}{12} + (3000 + 100) \cdot \frac{1}{12} \\ &\quad + (0 + 1000) \cdot \frac{5}{12} + (0 + 100) \cdot \frac{5}{12} \\ &= 3000 \cdot \frac{1}{12} + 1000 \cdot \frac{1}{12} + 3000 \cdot \frac{1}{12} + 100 \cdot \frac{1}{12} \\ &\quad + 0 \cdot \frac{5}{12} + 1000 \cdot \frac{5}{12} + 0 \cdot \frac{5}{12} + 100 \cdot \frac{5}{12} \\ &= 3000 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{5}{6} + 1000 \cdot \frac{1}{2} + 100 \cdot \frac{1}{2} \\ &= E(X) + E(Y) \end{aligned}$$

確率変数の和の平均

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

3つ以上の確率変数についても成り立つ。

連動している2つの試行

合計いくら貰えと期待できるか？

表に 1000 円または 20 円、裏に 500 円または 10 円と書いてあるカードが 7 枚ある。表の枚数と裏の枚数は次のようになっている。表と裏の関連についてはどのようなになっているかは分からない。

(表)

1000 円	1000 円	20 円	20 円	20 円	20 円	20 円
--------	--------	------	------	------	------	------

(裏)

500 円	10 円	10 円	10 円	10 円	10 円	10 円
-------	------	------	------	------	------	------

このカードから 1 枚引くとき、表の金額 X と裏の金額 Y の確率分布と平均は次のようになる。

X	1000 円	20 円
$P(X)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$

Y	500 円	10 円
$P(Y)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{6}{7}$

$$E(X) = 1000 \cdot \frac{2}{7} + 20 \cdot \frac{5}{7} = 300$$

$$E(Y) = 500 \cdot \frac{1}{7} + 10 \cdot \frac{6}{7} = 80$$

両方やったら期待値はいくらになるか？

$X + Y$	1500	1010	520	30
$P(X + Y)$	p_1	p_2	p_3	p_4

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= \frac{2}{7} & p_3 + p_4 &= \frac{5}{7} \\ p_1 + p_3 &= \frac{1}{7} & p_2 + p_4 &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(X + Y) &= 1500p_1 + 1010p_2 + 520p_3 + 30p_4 \\ &= (1000+500)p_1 + (1000+10)p_2 + (20+500)p_3 + (20+10)p_4 \\ &= 1000(p_1 + p_2) + 20(p_3 + p_4) + 500(p_1 + p_3) + 10(p_2 + p_4) \\ &= 1000 \cdot \frac{2}{7} + 20 \cdot \frac{5}{7} + 500 \cdot \frac{1}{7} + 10 \cdot \frac{6}{7} \\ &= E(X) + E(Y) \end{aligned}$$

確率変数の和の平均

X と Y が独立であるかどうかにかかわらず、

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

3つ以上の確率変数についても成り立つ。

