

ハズレなしの宝くじ総数 1000 本、ひとり 1 回のみ

| | A 賞 | B 賞 | C 賞 |
|-------|------|------|-----|
| 賞金(円) | 2000 | 1000 | 500 |
| 本数 | 100 | 300 | 600 |

この宝くじは 1 回あたりの賞金の平均は？

$$\begin{aligned}
 \frac{\text{賞金の総額}}{\text{くじの総数}} &= \frac{2000 \times 100 + 1000 \times 300 + 500 \times 600}{1000} \\
 &= \frac{2000 \times 100}{1000} + \frac{1000 \times 300}{1000} + \frac{500 \times 600}{1000} \\
 &= 2000 \cdot \frac{100}{1000} + 1000 \cdot \frac{300}{1000} + 500 \cdot \frac{600}{1000} \\
 &= 2000 \cdot \frac{1}{10} + 1000 \cdot \frac{3}{10} + 500 \cdot \frac{6}{10}
 \end{aligned}$$

確率変数 X と確率 $P(X)$ の積の和となっている。

| X | 2000 | 1000 | 500 | 計 |
|--------|----------------|----------------|----------------|---|
| $P(X)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | 1 |

確率変数 X の平均を期待値といい $E(X)$ で表す。

※ E は expectation の頭文字

| X | x_1 | x_2 | x_3 | \dots | x_n | 計 |
|--------|-------|-------|-------|---------|-------|---|
| $P(X)$ | p_1 | p_2 | p_3 | \dots | p_n | 1 |

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

例 1 番号 1, 3, 10 と書かれたカードが、それぞれ 6 枚、3 枚、1 枚入った箱がある。カードを 1 枚取り出すとき、カードの番号 X の平均 $E(X)$ を求めよ。

| X | 1 | 3 | 10 | 計 |
|--------|---|---|----|---|
| $P(X)$ | | | | |

答 $E(X) =$

問 1 番号 1, 2, 20 と書かれたカードが、それぞれ 8 枚、1 枚、1 枚入った箱がある。カードを 1 枚取り出すとき、カードの番号 X の平均 $E(X)$ を求めよ。

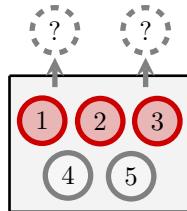
| X | 1 | 2 | 20 | 計 |
|--------|---|---|----|---|
| $P(X)$ | | | | |

例 2 赤玉 3 個、白玉 2 個が入っている箱から 2 個の玉を同時に取り出すとき、赤玉の出る個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$P(X = 2) =$$

$$P(X = 1) =$$

$$P(X = 0) =$$



| X | 2 | 1 | 0 | 計 |
|--------|---|---|---|---|
| $P(X)$ | | | | |

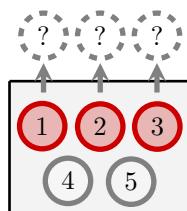
答 $E(X) =$

問 2 赤玉 3 個、白玉 2 個が入っている箱から 3 個の玉を同時に取り出すとき、赤玉の出る個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$P(X = 3) =$$

$$P(X = 2) =$$

$$P(X = 1) =$$



$$P(X = 0) =$$

| X | 3 | 2 | 1 | 0 | 計 |
|--------|---|---|---|---|---|
| $P(X)$ | | | | | |

答 $E(X) =$

例 1 番号 1, 3, 10 と書かれたカードが、それぞれ 6 枚、3 枚、1 枚入った箱がある。カードを 1 枚取り出すとき、カードの番号 X の平均 $E(X)$ を求めよ。

| X | 1 | 3 | 10 | 計 |
|--------|----------------|----------------|----------------|---|
| $P(X)$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

$$E(X) = 1 \times \frac{6}{10} + 3 \times \frac{3}{10} + 10 \times \frac{1}{10} = 2.5$$

| | |
|---|--------------|
| 答 | $E(X) = 2.5$ |
|---|--------------|

問 1 番号 1, 2, 20 と書かれたカードが、それぞれ 8 枚、1 枚、1 枚入った箱がある。カードを 1 枚取り出すとき、カードの番号 X の平均 $E(X)$ を求めよ。

| X | 1 | 2 | 20 | 計 |
|--------|----------------|----------------|----------------|---|
| $P(X)$ | $\frac{8}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

$$E(X) = 1 \times \frac{8}{10} + 2 \times \frac{1}{10} + 20 \times \frac{1}{10} = 3$$

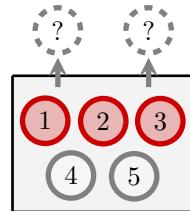
答 $E(X) = 3$

例 2 赤玉 3 個、白玉 2 個が入っている箱から 2 個の玉を同時に取り出すとき、赤玉の出る個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$P(X=2) = \frac{^3C_2 \cdot ^2C_0}{^5C_2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X = 1) = \frac{^3C_1 \cdot {}^2C_1}{{}^5C_2} = \frac{6}{10}$$

$$P(X = 0) = \frac{^3C_0 \cdot ^2C_2}{^5C_2} = \frac{1}{10}$$



| | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|---|
| X | 2 | 1 | 0 | 計 |
| $P(X)$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

$$E(X) = 2 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 0 \times \frac{1}{10} = 1.2$$

答 $E(X) = 1.2$

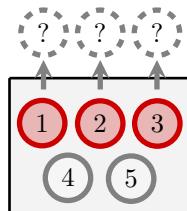
問 2 赤玉 3 個、白玉 2 個が入っている箱から 3 個の玉を同時に取り出すとき、赤玉の出る個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$P(X = 3) = \frac{^3C_3 \cdot ^2C_0}{^5C_3} = \frac{1}{10}$$

$$P(X = 2) = \frac{{}^3C_2 \cdot {}^2C_1}{{}^5C_3} = \frac{6}{10}$$

$$P(X=1) = \frac{^3C_1 \cdot {}_2C_2}{{}^5C_2} = \frac{3}{10}$$

$$P(X = 0) = 0$$



| X | 3 | 2 | 1 | 0 | 計 |
|--------|----------------|----------------|----------------|---|---|
| $P(X)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | 0 | 1 |

$$E(X) = 3 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{6}{10} + 1 \times \frac{3}{10} = 1.8$$

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = 1.8$$