２つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。２つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

今回の学習目標

対応の無い２標本の検定

- 等分散を仮定し、標本の分散から推定
- 標準誤差 SE をどう計算するのか？？

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定

対応のある 2 標本の場合は、差 d_i を 1 標本として t 検定を行ったが、2 標本の要素に対応の無い場合は差をとることができない。

対応のない２標本の t 検定

対応のある２標本の場合は、差 d_i を１標本として t 検定を行ったが、２標本の要素に対応の無い場合は差をとることができない。
今回は、対応の無い２標本で、２つの母集団の分散が等しい場合の t 検定について考える。

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定

対応のある２標本の場合は、差 d_i を１標本として t 検定を行ったが、２標本の要素に対応の無い場合は差をとることができない。
今回は、対応の無い２標本で、２つの母集団の分散が等しい場合の t 検定について考える。すなわち、

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

との仮定のもとで、２つのグループの情報を統合し、有意な差があるかを検定する。

math-support.jp

対応のない２標本の t 検定

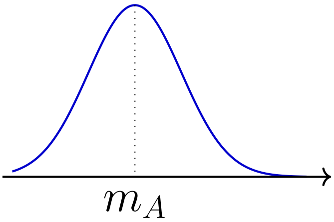
対応のある２標本の場合は、差 d_i を１標本として t 検定を行ったが、２標本の要素に対応の無い場合は差をとることができない。
今回は、対応の無い２標本で、２つの母集団の分散が等しい場合の t 検定について考える。 すなわち、

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

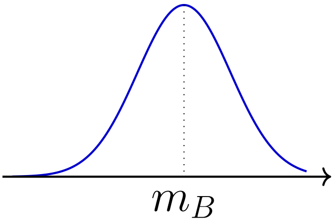
との仮定のもとで、２つのグループの情報を統合し、有意な差があるかを検定する。
まずは、それぞれの分散から共通する分散 σ^2 を求める方法について考えてみよう。

math-support.jp

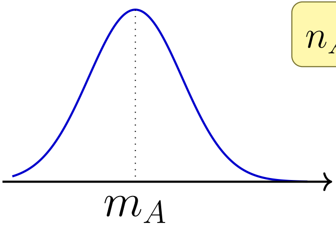
グループ A



グループ B

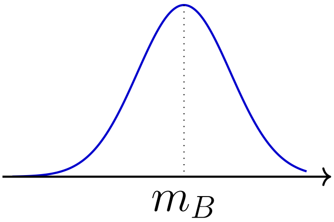


グループ A



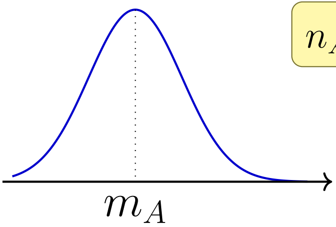
n_A 個の平均

グループ B

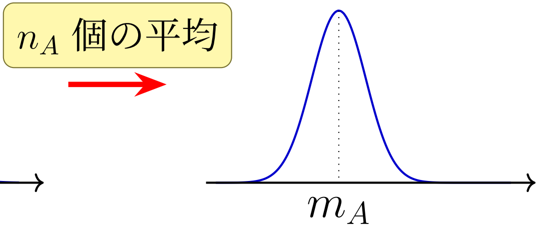


math-support.jp

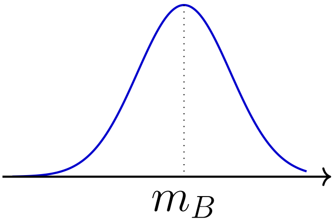
グループ A

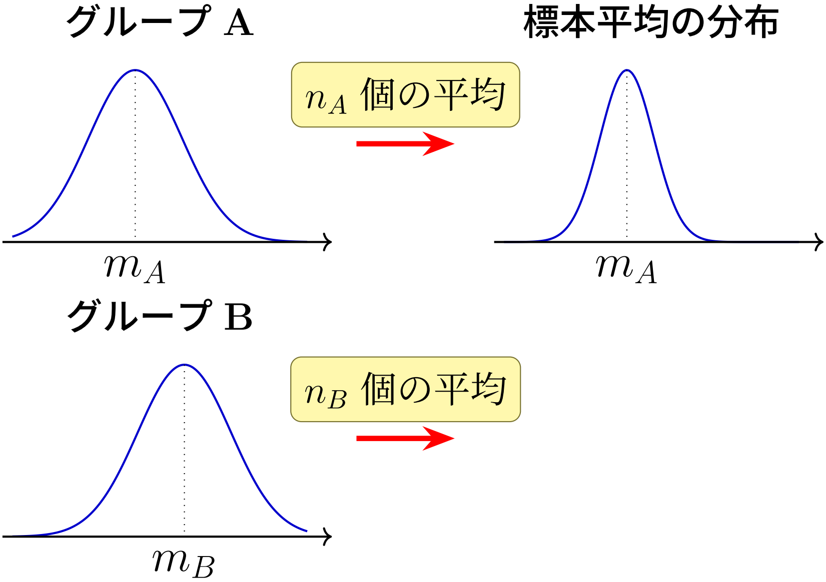


標本平均の分布

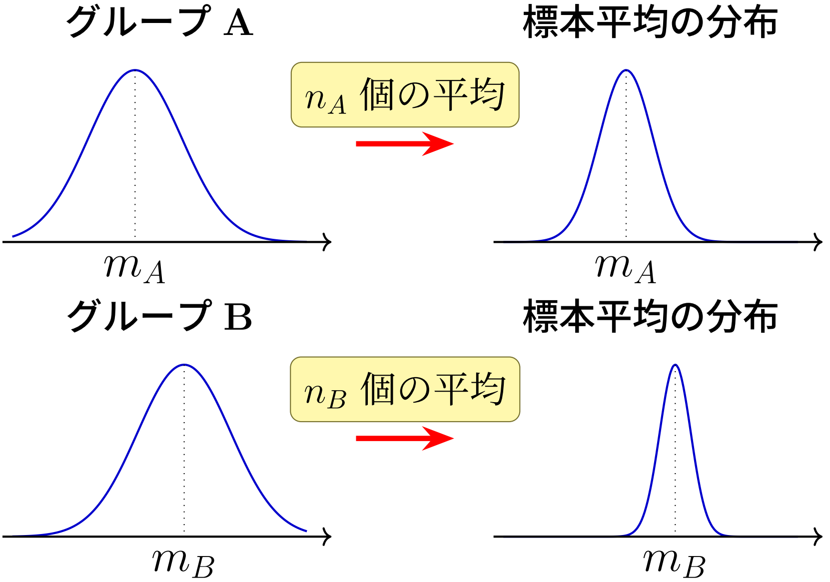


グループ B





math-support.jp


グループ A
標本平均の分布
n_A 個の平均
m_A
m_A
グループ B
標本平均の分布
n_B 個の平均
m_B
m_B

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$

B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ $\rightarrow$ $\sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ $\rightarrow$ $\sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$

つまり：

- A 組の偏差平方和 $= (10-1) \times 7 = 63$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ → $\sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$

つまり：

- A 組の偏差平方和 $= (10-1) \times 7 = 63$
- B 組の偏差平方和 $= (20-1) \times 12 = 228$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ → $\sum(x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$

つまり：

- A 組の偏差平方和 $= (10-1) \times 7 = 63$
- B 組の偏差平方和 $= (20-1) \times 12 = 228$

ここから、母分散 σ^2 の推定値を s_p^2 とすると、

$$分散：s_p^2 = \frac{63+228}{9+19} = \frac{291}{28} \approx 10.39$$

math-support.jp

例 1 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 10$、不偏分散 $s_A^2 = 7$
B 組：$n_B = 20$、不偏分散 $s_B^2 = 12$

不偏分散の定義は：$s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ $\rightarrow$ $\sum (x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s^2$

つまり：

- A 組の偏差平方和 $= (10-1) \times 7 = 63$
- B 組の偏差平方和 $= (20-1) \times 12 = 228$

ここから、母分散 σ^2 の推定値を s_p^2 とすると、

分散：$s_p^2 = \dfrac{63 + 228}{9 + 19} = \dfrac{291}{28} \approx 10.39$

答 $s_p^2 = 10.39$

math-support.jp

このように２つの母分散が等しいと仮定し、２つの異なる分散の値から求めた分散の値を**プールした分散**という。「プールした」(pooled) というのは、２つのグループの情報を「統合した」という意味である。

math-support.jp

このように２つの母分散が等しいと仮定し、２つの異なる分散の値から求めた分散の値を**プールした分散**という。「プールした」(pooled) というのは、２つのグループの情報を「統合した」という意味である。

２つの標本 A と B のプールした分散・標準偏差

$$\text{分散}：s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

math-support.jp

このように２つの母分散が等しいと仮定し、２つの異なる分散の値から求めた分散の値を**プールした分散**という。「プールした」(pooled) というのは、２つのグループの情報を「統合した」という意味である。

２つの標本 A と B のプールした分散・標準偏差

$$分散：s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$標準偏差：s_p = \sqrt{s_p^2}$$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$

B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

math-support.jp

問 1 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$
B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

math-support.jp

問 1 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$
B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

- A 組の偏差平方和 $= (5-1) \times 12 = 48$

math-support.jp

問 1 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$
B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

- A 組の偏差平方和 $= (5-1) \times 12 = 48$
- B 組の偏差平方和 $= (8-1) \times 10 = 70$

math-support.jp

問 1 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$
B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

- A 組の偏差平方和 $= (5-1) \times 12 = 48$
- B 組の偏差平方和 $= (8-1) \times 10 = 70$

$$s_p^2 = \frac{48+70}{4+7} \approx 10.73$$

math-support.jp

問 1　英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得たところ以下のようなことが分かった。A 組と B 組の母分散 σ^2 が等しいと仮定して、プールした分散 σ^2 を求めよ。

A 組：$n_A = 5$、不偏分散 $s_A^2 = 12$
B 組：$n_B = 8$、不偏分散 $s_B^2 = 10$

- A 組の偏差平方和 $= (5-1) \times 12 = 48$
- B 組の偏差平方和 $= (8-1) \times 10 = 70$

$$s_p^2 = \frac{48+70}{4+7} \approx 10.73$$

答　$s_p^2 = 10.73$

math-support.jp

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。

math-support.jp

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。
独立な確率変数の和の分散は、

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

となる。

math-support.jp

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。
独立な確率変数の和の分散は、

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

となる。　そして、母分散 σ^2 と標本の個数 n_A, n_B により、

$$V(\overline{x}_A) = \frac{\sigma^2}{n_A}, \qquad V(\overline{x}_B) = \frac{\sigma^2}{n_B}$$

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。
独立な確率変数の和の分散は、

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

となる。　そして、母分散 σ^2 と標本の個数 n_A, n_B により、

$$V(\overline{x}_A) = \frac{\sigma^2}{n_A}, \qquad V(\overline{x}_B) = \frac{\sigma^2}{n_B}$$

上記により、

$$V(\overline{x}_A - \overline{x}_B) = V(\overline{x}_A) + V(\overline{x}_B)$$

math-support.jp

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。
独立な確率変数の和の分散は、

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

となる。 そして、母分散 σ^2 と標本の個数 n_A, n_B により、

$$V(\overline{x}_A) = \frac{\sigma^2}{n_A}, \qquad V(\overline{x}_B) = \frac{\sigma^2}{n_B}$$

上記により、

$$\begin{aligned} V(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= V(\overline{x}_A) + V(\overline{x}_B) \\ &= \frac{\sigma^2}{n_A} + \frac{\sigma^2}{n_B} \end{aligned}$$

math-support.jp

母分散 σ^2 の推定値 s_p^2 が求められたので、次は、２つの標本 A と B の平均の差 $d = \overline{x}_A - \overline{x}_B$ を t 値に変換するための標準誤差 SE を考えよう。
独立な確率変数の和の分散は、

$$V(X - Y) = V(X) + V(Y)$$

となる。 そして、母分散 σ^2 と標本の個数 n_A, n_B により、

$$V(\overline{x}_A) = \frac{\sigma^2}{n_A}, \qquad V(\overline{x}_B) = \frac{\sigma^2}{n_B}$$

上記により、

$$\begin{aligned} V(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= V(\overline{x}_A) + V(\overline{x}_B) \\ &= \frac{\sigma^2}{n_A} + \frac{\sigma^2}{n_B} \\ &= \sigma^2 \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right) \end{aligned}$$

math-support.jp

標準誤差 SE は、σ^2 の代わりに s_p^2 を用いて

２つの標本 A,B の平均の差の標準誤差

$$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) \approx s_p\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}$$

math-support.jp

例 2　数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

例 2　数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) = s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$$

math-support.jp

例 2 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.39} \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{20}}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

例 2　数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$\begin{aligned} SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\ &= \sqrt{10.39} \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{20}} \\ &= 3.223 \times \sqrt{0.15} \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.39} \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{20}} \\
&= 3.223 \times \sqrt{0.15} \\
&= 1.248
\end{aligned}
$$

math-support.jp

例 2 数学の小テストの結果について、A 組から 10 人、B 組から 20 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.39 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$\begin{aligned} SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\ &= \sqrt{10.39} \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{20}} \\ &= 3.223 \times \sqrt{0.15} \\ &= 1.248 \end{aligned}$$

答 $SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) = 1.248$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

math-support.jp

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

math-support.jp

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) = s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$$

math-support.jp

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.73} \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{8}}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.73} \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{8}} \\
&= 3.276 \times 0.570
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.73} \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{8}} \\
&= 3.276 \times 0.570 \\
&= 1.867
\end{aligned}
$$

問 2 英語の小テストの結果について、A 組から 5 人、B 組から 8 人の標本を得た。A 組と B 組のプールした分散の値は 10.73 である。$SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B)$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) &= s_p\sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \\
&= \sqrt{10.73} \times \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{8}} \\
&= 3.276 \times 0.570 \\
&= 1.867
\end{aligned}
$$

答 $SE(\overline{x}_A - \overline{x}_B) = 1.867$

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差を求める

グループ 1：$\bar{x}_1, s_1, n_1$　グループ 2：$\bar{x}_2, s_2, n_2$

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差を求める

グループ 1：$\bar{x}_1, s_1, n_1$　グループ 2：$\bar{x}_2, s_2, n_2$

Step 3：プールした標準偏差を計算

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差を求める

グループ 1：$\bar{x}_1, s_1, n_1$ グループ 2：$\bar{x}_2, s_2, n_2$

Step 3：プールした標準偏差を計算

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差を求める

グループ 1：$\bar{x}_1, s_1, n_1$　グループ 2：$\bar{x}_2, s_2, n_2$

Step 3：プールした標準偏差を計算

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Step 5：臨界値を求める　自由度：$\phi = n_1 + n_2 - 2$

math-support.jp

対応のない 2 標本の t 検定（6 ステップ）

Step 1：仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差を求める

グループ 1：$\bar{x}_1, s_1, n_1$ グループ 2：$\bar{x}_2, s_2, n_2$

Step 3：プールした標準偏差を計算

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Step 5：臨界値を求める 自由度：$\phi = n_1 + n_2 - 2$

Step 6：結論を述べる

math-support.jp

例 3 2つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。2つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

例 3　2つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。2つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

math-support.jp

例 3　２つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。２つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差

math-support.jp

例 3　2 つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。2 つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

Step 1：仮説を立てる　$H_0 : \mu_1 = \mu_2$　　$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差

Step 3：プールした標準偏差

$$s_p = \sqrt{\frac{(10-1)\times 5.5^2 + (10-1)\times 7.0^2}{10+10-2}}$$

例 3 2つの高校 A と B から 10 人ずつ無作為抽出して数学の得点を調べたところ、次のようになった。2つの学校の平均点に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

高校	標本	平均点	標準偏差
A	10	69.0	5.5
B	10	65.5	7.0

Step 1：仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2：各グループの平均と標準偏差

Step 3：プールした標準偏差

$$s_p = \sqrt{\frac{(10-1)\times 5.5^2 + (10-1)\times 7.0^2}{10+10-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{713.25}{18}} = \sqrt{39.625} \approx 6.30$$

math-support.jp

Step 4 : t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 5：臨界値を求める

自由度：$\phi = 10 + 10 - 2 = 18$

math-support.jp

Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 5：臨界値を求める

自由度：$\phi = 10 + 10 - 2 = 18$

臨界値（両側検定、自由度 18）：$t_{0.025}(18) = 2.101$

math-support.jp

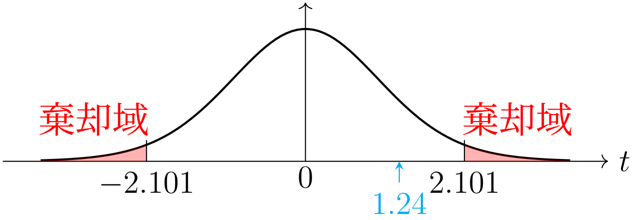
Step 4 : t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 5 : 臨界値を求める

自由度：$\phi = 10 + 10 - 2 = 18$

臨界値（両側検定、自由度 18）：$t_{0.025}(18) = 2.101$



math-support.jp

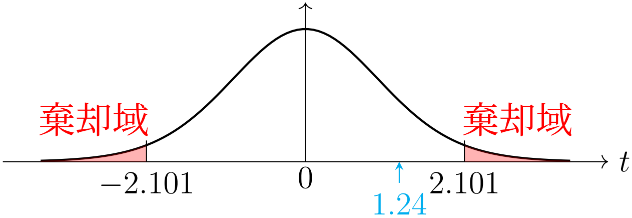
Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 5：臨界値を求める

自由度：$\phi = 10 + 10 - 2 = 18$

臨界値（両側検定、自由度 18）：$t_{0.025}(18) = 2.101$



Step 6：結論　帰無仮説を棄却できない。

math-support.jp

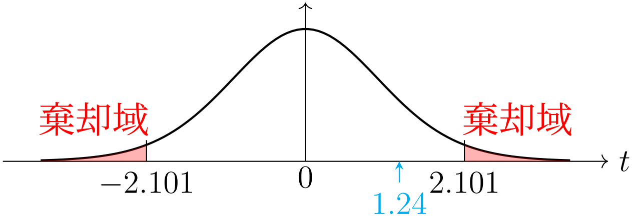
Step 4：t 値を計算

$$t = \frac{69.0 - 65.5}{6.30\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = \frac{3.5}{6.30\sqrt{0.2}} \approx 1.24$$

Step 5：臨界値を求める

自由度：$\phi = 10 + 10 - 2 = 18$

臨界値（両側検定、自由度 18）：$t_{0.025}(18) = 2.101$



Step 6：結論　帰無仮説を棄却できない。

答： 有意水準 5%では、2 つの高校の平均点に差があるとは言えない。

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 3　男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5% で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

問 3 男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

math-support.jp

問 3 男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

Step 1: 仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

math-support.jp

問 3 男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

Step 1: 仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2: 各グループの平均と標準偏差

math-support.jp

問 3 男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

Step 1: 仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2: 各グループの平均と標準偏差

Step 3: プールした標準偏差

$$s_p = \sqrt{\frac{(8-1) \times 2.00^2 + (8-1) \times 2.66^2}{8+8-2}}$$

math-support.jp

問 3 男子と女子の通学時間（分）を調査したところ、次のようになった。男子と女子の平均通学時間に差があると言えるか。有意水準 5%で検定しなさい。

	標本	平均時間	標準偏差
男子	8	33.00	2.00
女子	8	26.25	2.66

Step 1: 仮説を立てる $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Step 2: 各グループの平均と標準偏差

Step 3: プールした標準偏差

$$s_p = \sqrt{\frac{(8-1)\times 2.00^2 + (8-1)\times 2.66^2}{8+8-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{77.56}{14}} = \sqrt{5.54} \approx 2.35$$

math-support.jp

Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 5: 臨界値を求める

自由度：$\phi = 8 + 8 - 2 = 14$

math-support.jp

Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 5: 臨界値を求める

自由度：$\phi = 8 + 8 - 2 = 14$

臨界値（両側検定、自由度 14）：$t_{0.025}(14) = 2.145$

math-support.jp

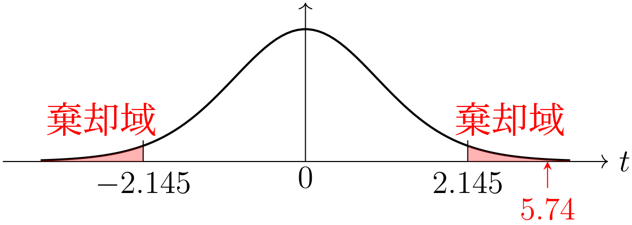
Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 5: 臨界値を求める

自由度：$\phi = 8 + 8 - 2 = 14$

臨界値（両側検定、自由度 14）：$t_{0.025}(14) = 2.145$



math-support.jp

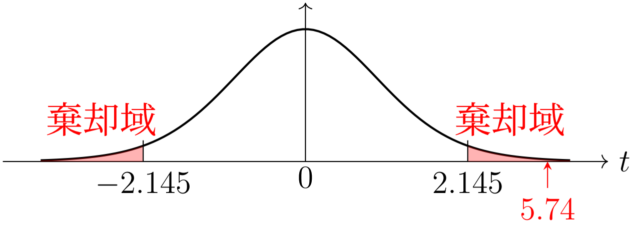
Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 5: 臨界値を求める

自由度：$\phi = 8 + 8 - 2 = 14$

臨界値（両側検定、自由度 14）：$t_{0.025}(14) = 2.145$



Step 6：結論　帰無仮説を棄却する。

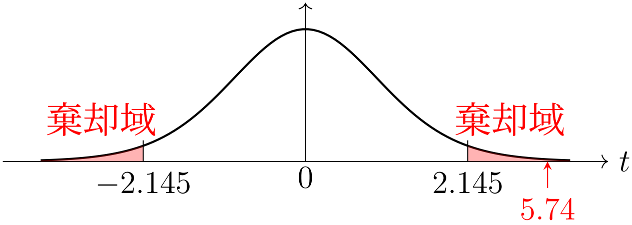
Step 4: t 値を計算

$$t = \frac{33.00 - 26.25}{2.35\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}} = \frac{6.75}{2.35\sqrt{0.25}} \approx 5.74$$

Step 5: 臨界値を求める

自由度：$\phi = 8 + 8 - 2 = 14$

臨界値（両側検定、自由度 14）：$t_{0.025}(14) = 2.145$



Step 6：結論　帰無仮説を棄却する。

答：有意水準 5%で、男子と女子の平均通学時間には差があると言える。

math-support.jp

今回の学習目標

対応の無い２標本の検定

- 等分散を仮定し、標本の分散から推定
- 標準誤差 SE をどう計算するのか？？

math-support.jp