確率分布

3000. t 検定

ある高校で 17 歳の男子生徒 10 人を無作為抽出して身長を測定したところ平均 174cm、標準偏差 5cm であった。
この高校の平均身長は全国平均の 170cm と比べて高いと言えるか。

math-support.jp

今回の学習目標

t 検定とは何？

- どんなときに使うのか？
- どうやって進めるのか？

math-support.jp

どんなときに t 検定を使うのか？

どんなときに t 検定を使うのか？

母比率の検定 (正規分布):

「母比率と標本比率の差は偶然の範囲内か？」

どんなときに t 検定を使うのか？

母比率の検定 (正規分布):

「母比率と標本比率の差は偶然の範囲内か？」

母平均の検定 (t 分布):

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

math-support.jp

どんなときに t 検定を使うのか？

母比率の検定 (正規分布):

「母比率と標本比率の差は偶然の範囲内か？」

母平均の検定 (t 分布): $\rightarrow$ t 検定

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

math-support.jp

どんなときに t 検定を使うのか？

母比率の検定 (正規分布):

「母比率と標本比率の差は偶然の範囲内か？」

母平均の検定 (t 分布): → t 検定

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

例 1 ある高校で 17 歳の男子生徒 10 人を無作為抽出して身長を測定したところ平均 $\bar{x} = 174$cm、標本標準偏差 $s = 5$cm であった。この高校の平均身長は全国平均の 170cm と比べて高いと言えるか。

math-support.jp

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

この例では：

標本平均 $\bar{x} = 174$ cm

仮定する母平均 $\mu = 170$ cm (この高校平均=全国平均)

math-support.jp

「母平均と標本平均の差は、偶然の範囲内か？」

この例では：

標本平均 $\bar{x} = 174$ cm

仮定する母平均 $\mu = 170$ cm（この高校平均=全国平均）

この 4cm の差は、

- 偶然のばらつきの範囲内か？
- それとも、本当にこの高校の母平均は 170cm より高いのか？

math-support.jp

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0 :「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1 :「この高校の平均身長は 170cm より高い」

math-support.jp

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0 ：「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1 ：「この高校の平均身長は 170cm より高い」

母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0：「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1：「この高校の平均身長は 170cm より高い」

母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。

H_0 に基づき、$\bar{x} = 174\text{cm}$ の t 値を求めると、

math-support.jp

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0：「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1：「この高校の平均身長は 170cm より高い」

母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。

H_0 に基づき、$\bar{x} = 174\text{cm}$ の t 値を求めると、

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{174 - 170}{5/\sqrt{10}} = \frac{4}{1.581} \approx 2.53$$

math-support.jp

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0：「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1：「この高校の平均身長は 170cm より高い」

母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。

H_0 に基づき、$\bar{x} = 174\text{cm}$ の t 値を求めると、

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{174 - 170}{5/\sqrt{10}} = \frac{4}{1.581} \approx 2.53$$

一方 t 分布で右側 5% の棄却域をとるならば、自由度 9 で $\alpha = 0.05$ の臨界値は、

math-support.jp

この問題を考える際は、仮説を次のように設定します。

帰無仮説 H_0：「この高校の平均身長は 170cm である」

対立仮説 H_1：「この高校の平均身長は 170cm より高い」

母分散 σ が不明なので、正規分布の代わりに t 分布を用います。

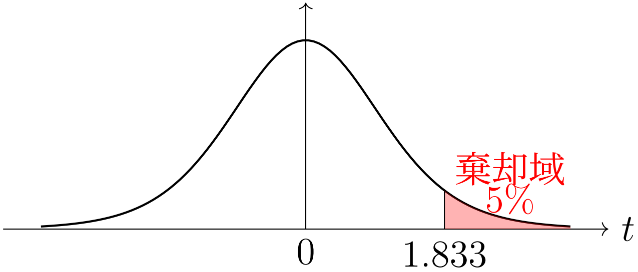
H_0 に基づき、$\bar{x} = 174\text{cm}$ の t 値を求めると、

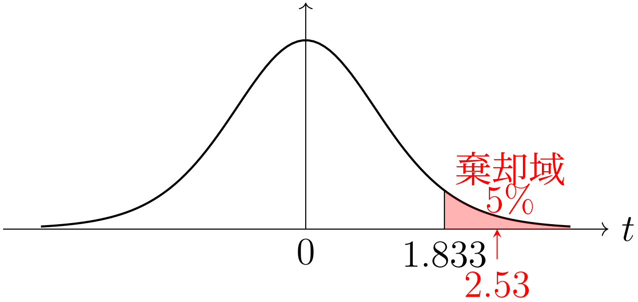
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{174 - 170}{5/\sqrt{10}} = \frac{4}{1.581} \approx 2.53$$

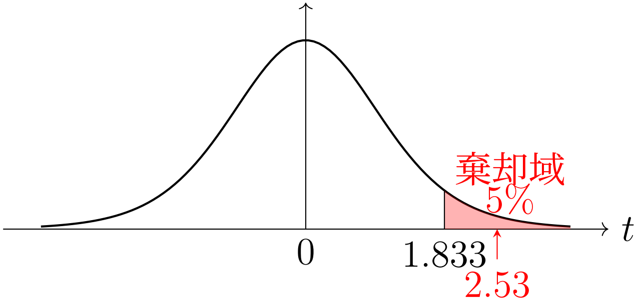
一方 t 分布で右側 5% の棄却域をとるならば、自由度 9 で $\alpha = 0.05$ の臨界値は、

$$t_{0.05}(9) = 1.833$$

math-support.jp

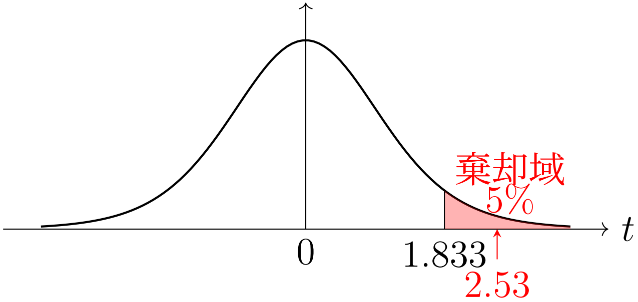

棄却域
5%
t
0
1.833


棄却域
5%
t
0
1.833
2.53



$\bar{x} = 174\text{cm}$ $(t = 2.53)$ は棄却域の中に入るので、H_0 は棄却

math-support.jp



$\bar{x} = 174\text{cm}$ $(t = 2.53)$ は棄却域の中に入るので、H_0 は棄却
有意水準 5% で、この高校の平均身長は全国平均より高いと言える。

math-support.jp

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる $H_0,\quad H_1$

math-support.jp

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる $H_0, \quad H_1$

Step 2：標本平均と標本標準偏差を求める $\bar{x}, \quad s$

math-support.jp

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる $H_0, \quad H_1$

Step 2：標本平均と標本標準偏差を求める $\bar{x}, \quad s$

Step 3：標本平均の t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

math-support.jp

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる $H_0, \quad H_1$

Step 2：標本平均と標本標準偏差を求める $\bar{x}, \quad s$

Step 3：標本平均の t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Step 4：臨界値 $t_{0.05}(n-1)$ と比較

t 値が棄却域に入るか判定

math-support.jp

t 検定（片側、1 標本）の 5 ステップ

Step 1：仮説を立てる $H_0, \quad H_1$

Step 2：標本平均と標本標準偏差を求める $\bar{x}, \quad s$

Step 3：標本平均の t 値を計算

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Step 4：臨界値 $t_{0.05}(n-1)$ と比較

t 値が棄却域に入るか判定

Step 5：結論を述べる

H_0 を棄却する / H_0 を棄却しない

math-support.jp

例 2　ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：

$74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78$

全国平均は 75 点である。有意水準 5%で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

例 2 ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：

74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78

全国平均は 75 点である。有意水準 5%で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

Step 1：仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 75 \qquad H_1 : \mu < 75$$

math-support.jp

例 2　ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：

74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78

全国平均は 75 点である。有意水準 5%で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

Step 1：仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 75 \qquad H_1 : \mu < 75$$

Step 2：標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 73.75, \qquad s = 3.72$$

math-support.jp

例 2　ある学校の生徒全員が模試を受けた。生徒 12 人の成績を無作為抽出で取り出した。得点（点）：

74, 68, 75, 80, 70, 73, 69, 77, 71, 74, 76, 78

全国平均は 75 点である。有意水準 5%で、この学校の平均点 μ は全国平均より低いと言えるか。

Step 1：仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 75 \qquad H_1 : \mu < 75$$

Step 2：標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 73.75, \qquad s = 3.72$$

Step 3：t 値を計算

$$t = \frac{73.75 - 75}{3.72/\sqrt{12}} = \frac{-1.25}{1.074} \approx -1.16$$

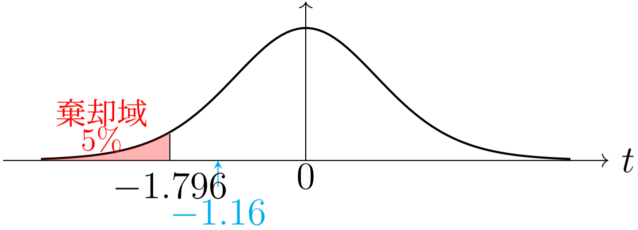
math-support.jp

Step 4：臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$

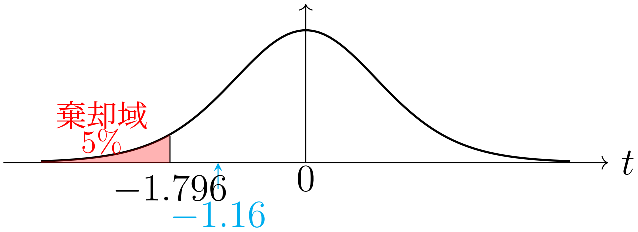
Step 4：臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 4：臨界値と比較

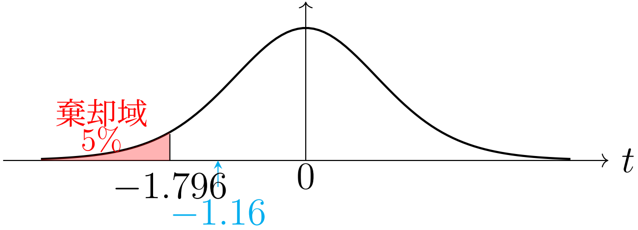
$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却できない。

Step 4：臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却できない。

答：有意水準 5%では、この学校の平均点が全国平均より低いとは言えない。

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

$$104,\ 98,\ 103,\ 102,\ 105,\ 101,\ 99,\ 104$$

規格では重量は 100g である。有意水準 5% で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

$$104,\ 98,\ 103,\ 102,\ 105,\ 101,\ 99,\ 104$$

規格では重量は 100g である。有意水準 5%で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

math-support.jp

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

$$104, 98, 103, 102, 105, 101, 99, 104$$

規格では重量は 100g である。有意水準 5%で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

Step 1: 仮説を立てる

$H_0 : \mu = 100$ (この工場の平均重量は規格通り)

$H_1 : \mu > 100$ (平均重量は規格より重い)

math-support.jp

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

$$104, 98, 103, 102, 105, 101, 99, 104$$

規格では重量は 100g である。有意水準 5%で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

Step 1: 仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 100 \text{ (この工場の平均重量は規格通り)}$$
$$H_1 : \mu > 100 \text{ (平均重量は規格より重い)}$$

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 102, \qquad s = 2.51$$

math-support.jp

問 1 ある工場で製造された製品 8 個の重量（g）：

$$104,\ 98,\ 103,\ 102,\ 105,\ 101,\ 99,\ 104$$

規格では重量は 100g である。有意水準 5%で、この工場の製品の平均重量 μ は規格より重いと言えるか。

Step 1: 仮説を立てる

$H_0 : \mu = 100$ (この工場の平均重量は規格通り)

$H_1 : \mu > 100$ (平均重量は規格より重い)

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 102, \qquad s = 2.51$$

Step 3: t 値を計算

$$t = \frac{102 - 100}{2.51/\sqrt{8}} = \frac{2}{0.887} \approx 2.25$$

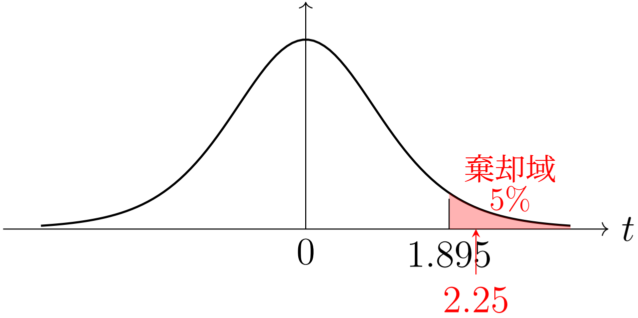
math-support.jp

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(7) = 1.895$$

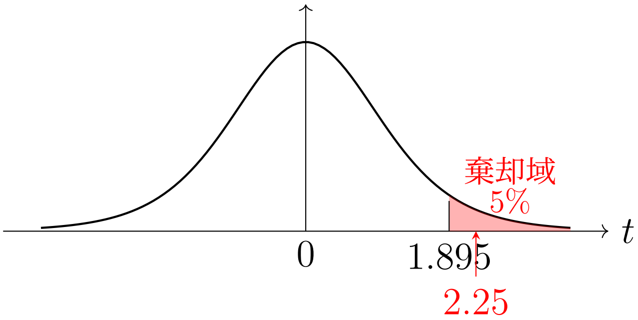
Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(7) = 1.895$$



Step 4: 臨界値と比較

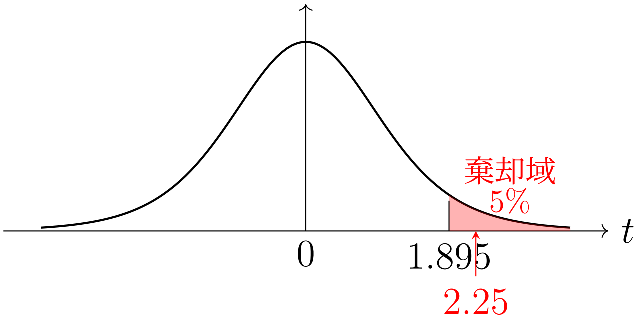
$$t_{0.05}(7) = 1.895$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却する。

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(7) = 1.895$$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却する。

答：有意水準 5%で、この工場の製品は規格の 100g よりも重いと言える。

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　ある農園で収穫されたみかん L サイズ 12 個の重量を測定したところ、次の値だった。

127, 132, 128, 130, 127, 129,
131, 126, 133, 128, 130, 127

L サイズのみかんの規格重量は 128g とされている。有意水準 5%で、この農園の L サイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

math-support.jp

問 2 ある農園で収穫されたみかんLサイズ12個の重量
127, 132, 128, 130, 127, 129, 131, 126, 133, 128, 130, 127
Lサイズのみかんの規格重量は128gとされている。有意水準5%で、この農園のLサイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

math-support.jp

問 2 ある農園で収穫されたみかんLサイズ12個の重量
127, 132, 128, 130, 127, 129, 131, 126, 133, 128, 130, 127
Lサイズのみかんの規格重量は128gとされている。有意水準5%で、この農園のLサイズみかんの平均重量μは規格より重いと言えるか検定せよ。

Step 1: 仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 128 \qquad H_1 : \mu > 128$$

math-support.jp

問 2 ある農園で収穫されたみかんLサイズ12個の重量
127, 132, 128, 130, 127, 129, 131, 126, 133, 128, 130, 127
Lサイズのみかんの規格重量は128gとされている。有意水準5%で、この農園のLサイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

Step 1: 仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 128 \qquad H_1 : \mu > 128$$

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 129, \qquad s = 2.22$$

math-support.jp

問 2 ある農園で収穫されたみかん L サイズ 12 個の重量
127, 132, 128, 130, 127, 129, 131, 126, 133, 128, 130, 127
L サイズのみかんの規格重量は 128g とされている。有意水準 5%で、この農園の L サイズみかんの平均重量 μ は規格より重いと言えるか検定せよ。

Step 1: 仮説を立てる

$$H_0 : \mu = 128 \qquad H_1 : \mu > 128$$

Step 2: 標本平均と標本標準偏差

$$\bar{x} = 129, \qquad s = 2.22$$

Step 3: t 値を計算

$$t = \frac{129 - 128}{2.22/\sqrt{12}} = \frac{1}{0.641} \approx 1.56$$

math-support.jp

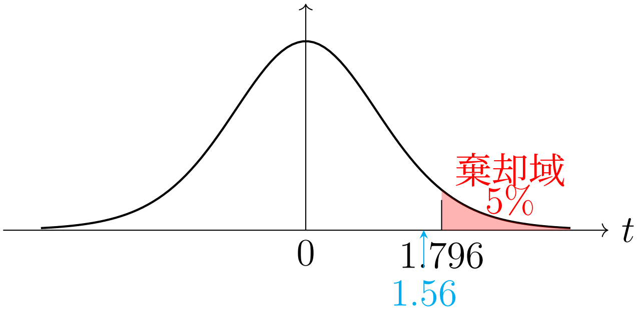
Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$

math-support.jp

Step 4: 臨界値と比較

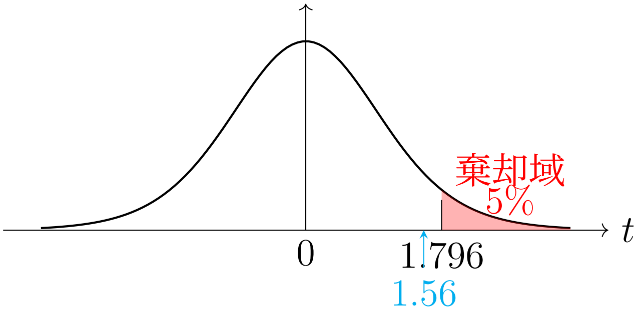
$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



math-support.jp

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$

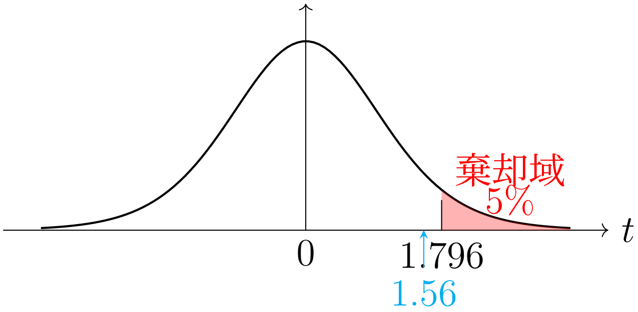


Step 5: 結論　帰無仮説は棄却されない。

math-support.jp

Step 4: 臨界値と比較

$$t_{0.05}(11) = 1.796$$



Step 5: 結論　帰無仮説は棄却されない。

答： 有意水準 5%で、この農園のみかんは規格より重いとは言えない。

今回の学習目標

t 検定とは何？

- どんなときに使うのか？
- 検定をどうやって進めるか？

math-support.jp