2900. 両側検定

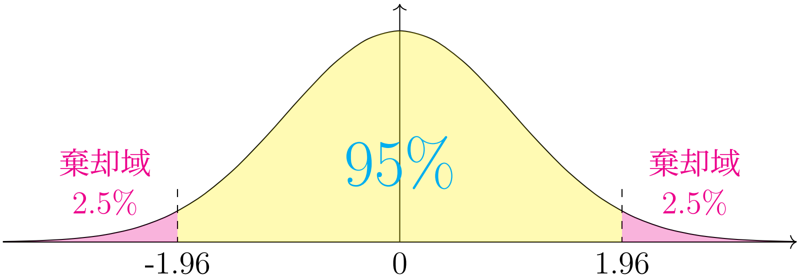
10本のくじがある。店員は「このうち3本が当たりです」と言う。本当に3本なのか確かめるために、1本引いては戻す（復元抽出）を20回繰り返すことになった。

math-support.jp

10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返すことになった。
このときの検定は**片側**でよいのか？

今回の学習目標

両側検定



前回は、サイコロの検定で、「出やすい」あるいは
「出にくい」ということを検定した。

math-support.jp

前回は、サイコロの検定で、「出やすい」あるいは「出にくい」ということを検定した。

「出やすい」「出にくい」というのは、方向が示されているが、対立仮説で方向が示されない場合もある。

math-support.jp

例 1　10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

例 1　10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

この場合、対立仮説は「10 本中 3 本よりも多い」「10 本中 3 本より少ない」という二つになり、「多い」と「少ない」の 2 つの方向の両方を検定しなければならない。

math-support.jp

例 1 10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

例 1 10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0：当たりは 3 本
対立仮説 H_1：当たりは 3 本で無い

math-support.jp

例 1 10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0：当たりは 3 本
対立仮説 H_1：当たりは 3 本で無い

有意水準 5% で検定するとなると、両側にそれぞれ 2.5% の棄却域を設定することになる。

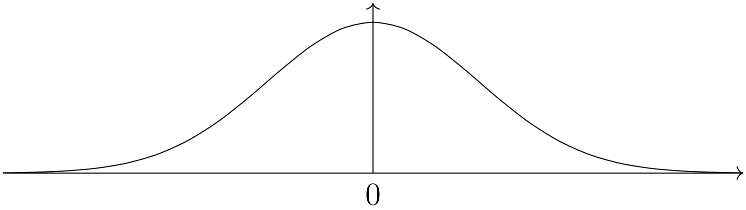
例 1 10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0 ：当たりは 3 本

対立仮説 H_1 ：当たりは 3 本で無い

有意水準 5% で検定するとなると、両側にそれぞれ 2.5% の棄却域を設定することになる。



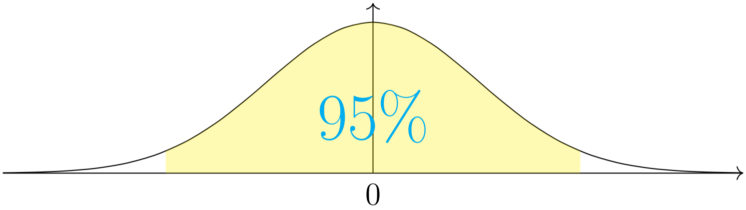
例 1　10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0：当たりは 3 本

対立仮説 H_1：当たりは 3 本で無い

有意水準 5% で検定するとなると、両側にそれぞれ 2.5% の棄却域を設定することになる。



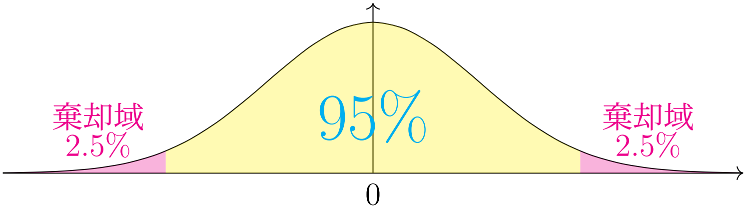
例 1　10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0：当たりは 3 本

対立仮説 H_1：当たりは 3 本で無い

有意水準 5% で検定するとなると、両側にそれぞれ 2.5% の棄却域を設定することになる。

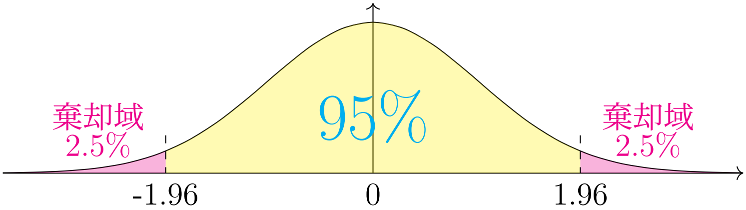


例 1　10 本のくじがある。店員は「このうち 3 本が当たりです」と言う。本当に 3 本なのか確かめるために、1 本引いては戻す（復元抽出）を 20 回繰り返したところ、当たりは 4 回だった。店員の言うことは正しいと言えるだろうか？

Step 1：仮説

帰無仮説 H_0：当たりは 3 本
対立仮説 H_1：当たりは 3 本で無い

有意水準 5% で検定するとなると、両側にそれぞれ 2.5% の棄却域を設定することになる。



Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

math-support.jp

Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

Step 3：標準化　当たり 4 回の z 値は、

$$z = \frac{4-6}{2.049} \approx -0.98$$

math-support.jp

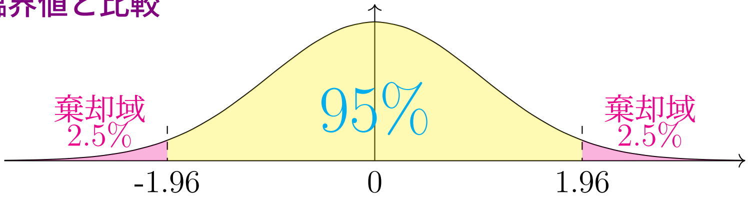
Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

Step 3：標準化　当たり 4 回の z 値は、

$$z = \frac{4-6}{2.049} \approx -0.98$$

Step 4：臨界値と比較



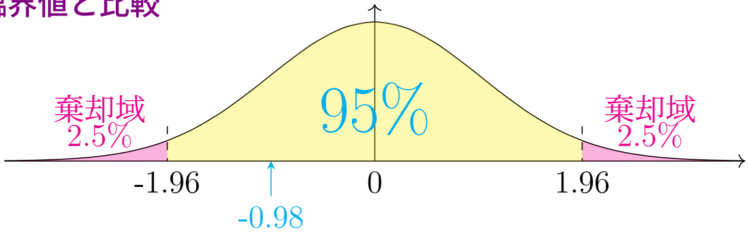
Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

Step 3：標準化　当たり 4 回の z 値は、

$$z = \frac{4-6}{2.049} \approx -0.98$$

Step 4：臨界値と比較



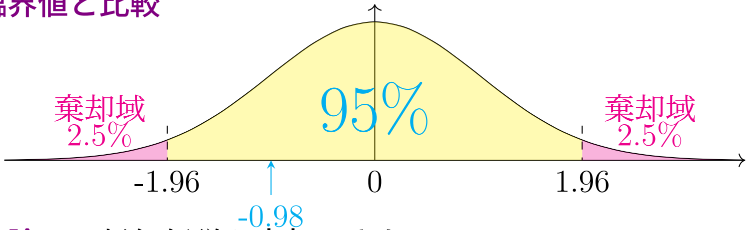
Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

Step 3：標準化　当たり 4 回の z 値は、

$$z = \frac{4-6}{2.049} \approx -0.98$$

Step 4：臨界値と比較



Step 5：結論　帰無仮説を**棄却できない**。

math-support.jp

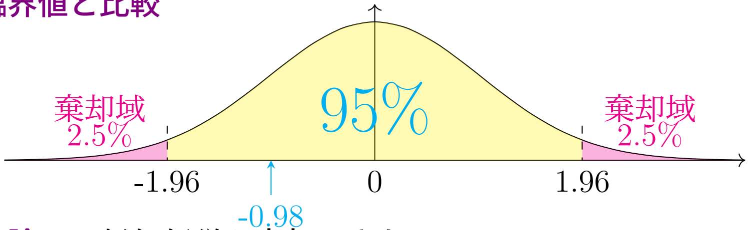
Step 2：平均と標準偏差　標本比率の分布は $B(20, \frac{3}{10})$ であるので、

$$\mu = 20 \times \frac{3}{10} = 6 \qquad \sigma = \sqrt{20 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10}} = \sqrt{4.2} \approx 2.049$$

Step 3：標準化　当たり 4 回の z 値は、

$$z = \frac{4-6}{2.049} \approx -0.98$$

Step 4：臨界値と比較



Step 5：結論　帰無仮説を**棄却できない。**

答：有意水準 5%では、当たりが 3 本でないとは言えない。

母比率の両側検定の手順

math-support.jp

母比率の両側検定の手順

Step 1：仮説を立てる

$H_0 : p = p_0 \qquad H_1 : p \neq p_0 \qquad \leftarrow$ 「$\neq$」なら両側検定

有意水準 α を決める（通常 0.05）

母比率の両側検定の手順

Step 1：仮説を立てる

$H_0 : p = p_0 \qquad H_1 : p \neq p_0$ ← 「$\neq$」なら両側検定

有意水準 α を決める（通常 0.05）

Step 2：平均と標準偏差を求める

$$\mu = np_0 \qquad \sigma = \sqrt{np_0(1 - p_0)}$$

math-support.jp

母比率の両側検定の手順

Step 1：仮説を立てる

$H_0 : p = p_0 \qquad H_1 : p \neq p_0$ ← 「$\neq$」なら両側検定

有意水準 α を決める（通常 0.05）

Step 2：平均と標準偏差を求める

$$\mu = np_0 \qquad \sigma = \sqrt{np_0(1-p_0)}$$

Step 3：検定統計量を計算 $\quad z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

母比率の両側検定の手順

Step 1：仮説を立てる

$H_0 : p = p_0 \qquad H_1 : p \neq p_0 \quad \leftarrow$ 「$\neq$」なら両側検定

有意水準 α を決める（通常 0.05）

Step 2：平均と標準偏差を求める

$$\mu = np_0 \qquad \sigma = \sqrt{np_0(1-p_0)}$$

Step 3：検定統計量を計算 $\quad z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

Step 4：臨界値と比較 $\quad Z = \pm 1.96$

母比率の両側検定の手順

Step 1：仮説を立てる

$H_0 : p = p_0 \qquad H_1 : p \neq p_0$ ← 「$\neq$」なら両側検定

有意水準 α を決める（通常 0.05）

Step 2：平均と標準偏差を求める

$$\mu = np_0 \qquad \sigma = \sqrt{np_0(1 - p_0)}$$

Step 3：検定統計量を計算 $\quad z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$

Step 4：臨界値と比較 $\quad Z = \pm 1.96$

Step 5：結論を述べる

- **両側検定**を使う場合
  - 「等しいか」「異なるか」を調べる
  - 「変化したか」「差があるか」を調べる
  - 検証が目的

- **両側検定**を使う場合
  - 「等しいか」「異なるか」を調べる
  - 「変化したか」「差があるか」を調べる
  - 検証が目的
- **片側検定**を使う場合
  - 「大きいか」「小さいか」を調べる
  - 「増えたか」「減ったか」を調べる
  - 方向性のある主張を検証

math-support.jp

- **両側検定**を使う場合
  - 「等しいか」「異なるか」を調べる
  - 「変化したか」「差があるか」を調べる
  - 検証が目的
- **片側検定**を使う場合
  - 「大きいか」「小さいか」を調べる
  - 「増えたか」「減ったか」を調べる
  - 方向性のある主張を検証

迷ったら両側検定を使う方が安全（より厳しい基準）

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　日本人の A 型の割合は 40% と言われている。ある地域で 200 人を無作為抽出して調査したところ、A 型は 92 人だった。有意水準 5% で、この地域の A 型の割合は全国平均と異なると言えるか。

問 1　日本人の A 型の割合は 40%と言われている。
ある地域で 200 人を無作為抽出して調査したところ、A 型は 92 人だった。有意水準 5%で、この地域の A 型の割合は全国平均と異なると言えるか。

math-support.jp

問 1 日本人の A 型の割合は 40%と言われている。
ある地域で 200 人を無作為抽出して調査したところ、A 型は 92 人だった。有意水準 5%で、この地域の A 型の割合は全国平均と異なると言えるか。

この地域が全国平均より高い or 低い $\rightarrow$ **両側検定**

問 1 日本人のA型の割合は40%と言われている。
ある地域で200人を無作為抽出して調査したところ、A型は92人だった。有意水準5%で、この地域のA型の割合は全国平均と異なると言えるか。

この地域が全国平均より高い or 低い $\to$ **両側検定**

Step 1：仮説を立てる $H_0 : p = 0.4$ $H_1 : p \neq 0.4$ $\alpha = 0.05$

math-support.jp

問 1 日本人のA型の割合は40%と言われている。
ある地域で200人を無作為抽出して調査したところ、A型は92人だった。有意水準5%で、この地域のA型の割合は全国平均と異なると言えるか。

この地域が全国平均より高い or 低い $\to$ **両側検定**

Step 1：仮説を立てる $H_0 : p = 0.4$ $H_1 : p \neq 0.4$ $\alpha = 0.05$

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 200 \times 0.4 = 80$$
$$\sigma = \sqrt{200 \times 0.4 \times 0.6} = \sqrt{48} \approx 6.928$$

math-support.jp

問 1 日本人の A 型の割合は 40%と言われている。
ある地域で 200 人を無作為抽出して調査したところ、A 型は 92 人だった。有意水準 5%で、この地域の A 型の割合は全国平均と異なると言えるか。

この地域が全国平均より高い or 低い → **両側検定**

Step 1：仮説を立てる $H_0 : p = 0.4$ $H_1 : p \neq 0.4$ $\alpha = 0.05$

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 200 \times 0.4 = 80$$

$$\sigma = \sqrt{200 \times 0.4 \times 0.6} = \sqrt{48} \approx 6.928$$

Step 3：標準化

$$z = \frac{92 - 80}{6.928} \approx 1.73$$

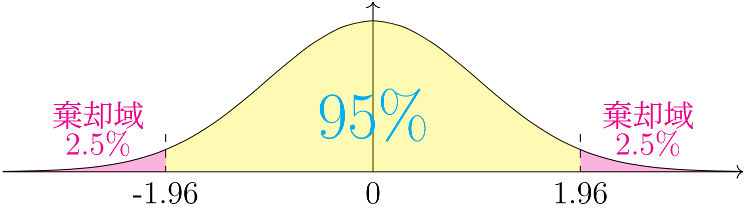
math-support.jp

Step 4：臨界値と比較

$$-1.96 < 1.73 < 1.96$$

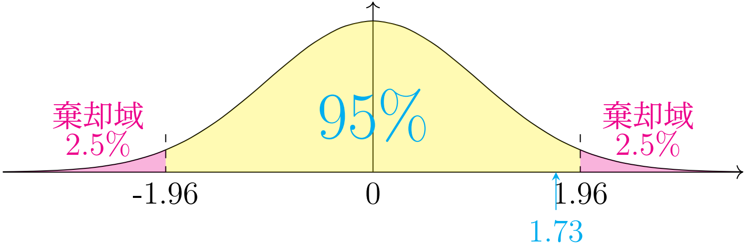
Step 4：臨界値と比較

$$-1.96 < 1.73 < 1.96$$



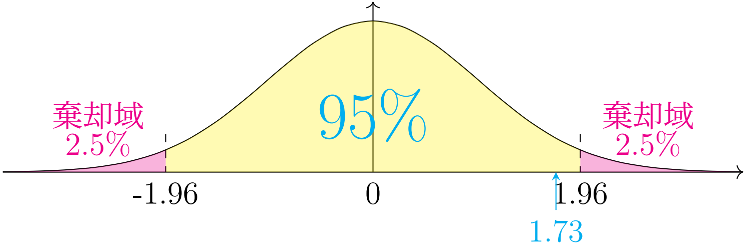
Step 4：臨界値と比較

$$-1.96 < 1.73 < 1.96$$



Step 4：臨界値と比較

$$-1.96 < 1.73 < 1.96$$



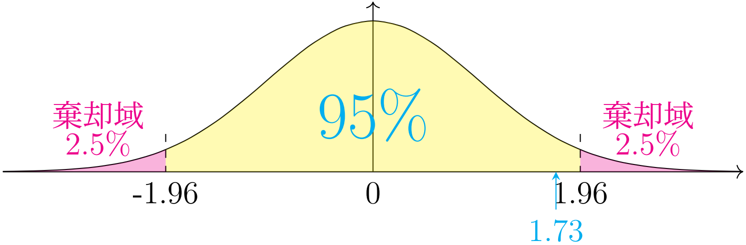
Step 5：結論

帰無仮説を棄却できない。

math-support.jp

Step 4：臨界値と比較

$$-1.96 < 1.73 < 1.96$$



Step 5：結論　　帰無仮説を棄却できない。

答： 地域の A 型の割合は全国平均と異なるとは言えない。

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　ある政党を支持する有権者の割合は、昨年は40%だった。今年、無作為に抽出した250人に調査したところ、84人がこの政党を支持していた。有意水準5%で、支持率は昨年から変化したと言えるか。

math-support.jp

問 2 ある政党を支持する有権者の割合は、昨年は 40%だった。今年、無作為に抽出した 250 人に調査したところ、84 人がこの政党を支持していた。有意水準 5%で、支持率は昨年から変化したと言えるか。

問 2 ある政党を支持する有権者の割合は、昨年は 40%だった。今年、無作為に抽出した 250 人に調査したところ、84 人がこの政党を支持していた。有意水準 5%で、支持率は昨年から変化したと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.4$（昨年と同じ）　　$H_1 : p \neq 0.4$（昨年と異なる）

math-support.jp

問 2 ある政党を支持する有権者の割合は、昨年は 40%だった。今年、無作為に抽出した 250 人に調査したところ、84 人がこの政党を支持していた。有意水準 5%で、支持率は昨年から変化したと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.4$（昨年と同じ）　　$H_1 : p \neq 0.4$（昨年と異なる）

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 250 \times 0.4 = 100$$
$$\sigma = \sqrt{250 \times 0.4 \times 0.6} = \sqrt{60} \approx 7.746$$

math-support.jp

問 2 ある政党を支持する有権者の割合は、昨年は 40%だった。今年、無作為に抽出した 250 人に調査したところ、84 人がこの政党を支持していた。有意水準 5%で、支持率は昨年から変化したと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.4$（昨年と同じ）　　$H_1 : p \neq 0.4$（昨年と異なる）

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 250 \times 0.4 = 100$$

$$\sigma = \sqrt{250 \times 0.4 \times 0.6} = \sqrt{60} \approx 7.746$$

Step 3：標準化

$$z = \frac{84 - 100}{7.746} \approx -2.06$$

math-support.jp

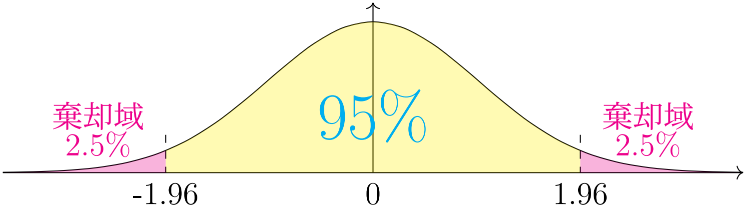
Step 4：判定

$$z = -2.06 < -1.96$$

math-support.jp

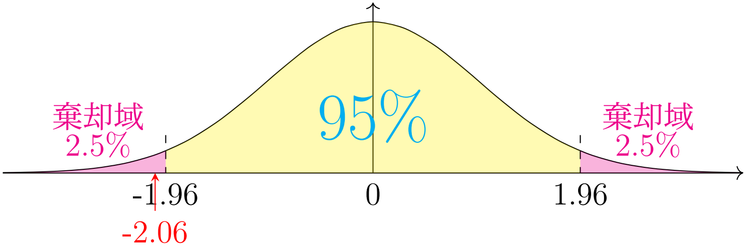
Step 4：判定

$$z = -2.06 < -1.96$$



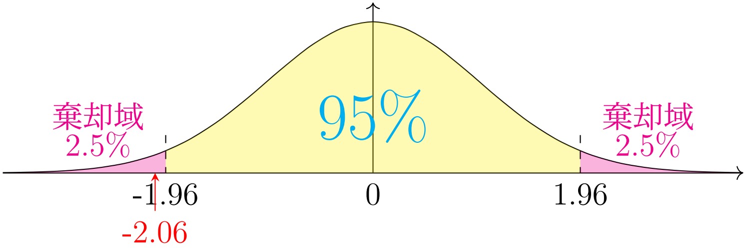
Step 4：判定

$$z = -2.06 < -1.96$$



Step 4：判定

$$z = -2.06 < -1.96$$



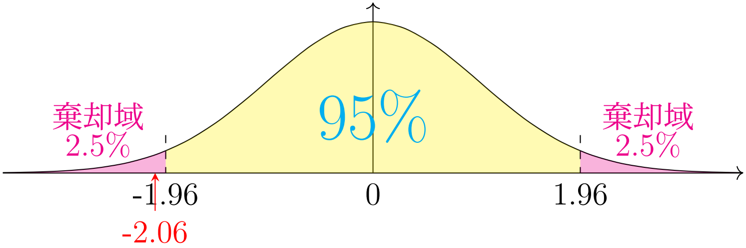
Step 5：結論

帰無仮説を棄却。

math-support.jp

Step 4：判定

$$z = -2.06 < -1.96$$



Step 5：結論　　帰無仮説を棄却。

答： 有意水準 5%で、支持率は昨年から低下した。

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 3　ある地域の自転車ヘルメット着用率は、法改正前は 30%だった。法改正から半年後、180 人を無作為に調査したところ、72 人がヘルメットを着用していた。有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言えるか。

math-support.jp

問 3 ある地域の自転車ヘルメット着用率は、法改正前は 30%だった。法改正から半年後、180 人を無作為に調査したところ、72 人がヘルメットを着用していた。有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言えるか。

問 3 ある地域の自転車ヘルメット着用率は、法改正前は 30%だった。法改正から半年後、180 人を無作為に調査したところ、72 人がヘルメットを着用していた。有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.3$（法改正前と同じ）　　$H_1 : p \neq 0.3$（法改正前と異なる）

math-support.jp

問 3 ある地域の自転車ヘルメット着用率は、法改正前は30%だった。法改正から半年後、180 人を無作為に調査したところ、72 人がヘルメットを着用していた。有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.3$（法改正前と同じ）　$H_1 : p \neq 0.3$（法改正前と異なる）

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 180 \times 0.3 = 54$$

$$\sigma = \sqrt{180 \times 0.3 \times 0.7} = \sqrt{37.8} \approx 6.145$$

問 3 ある地域の自転車ヘルメット着用率は、法改正前は30%だった。法改正から半年後、180 人を無作為に調査したところ、72 人がヘルメットを着用していた。有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言えるか。

Step 1：仮説

$H_0 : p = 0.3$（法改正前と同じ）　　$H_1 : p \neq 0.3$（法改正前と異なる）

Step 2：平均と標準偏差

$$\mu = 180 \times 0.3 = 54$$

$$\sigma = \sqrt{180 \times 0.3 \times 0.7} = \sqrt{37.8} \approx 6.145$$

Step 3：標準化

$$z = \frac{72 - 54}{6.145} \approx 2.93$$

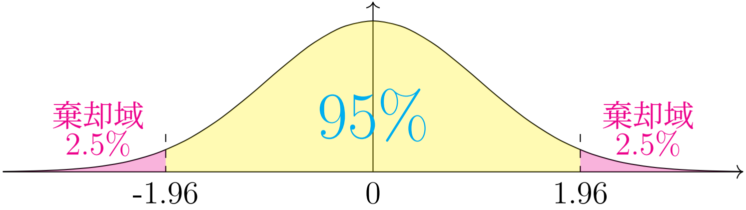
math-support.jp

Step 4：判定　$z = 2.93 > 1.96$

math-support.jp

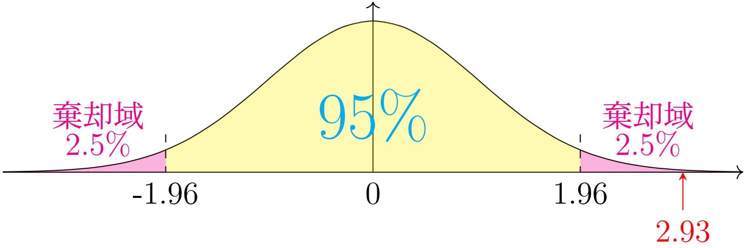
Step 4：判定

$$z = 2.93 > 1.96$$

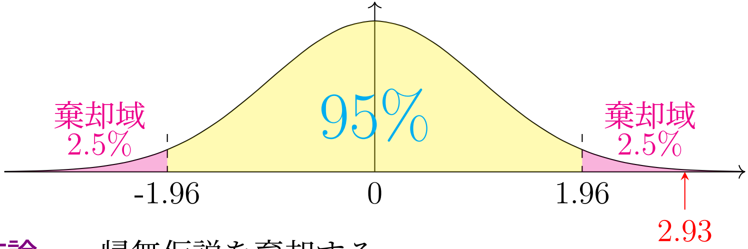


Step 4：判定

$z = 2.93 > 1.96$

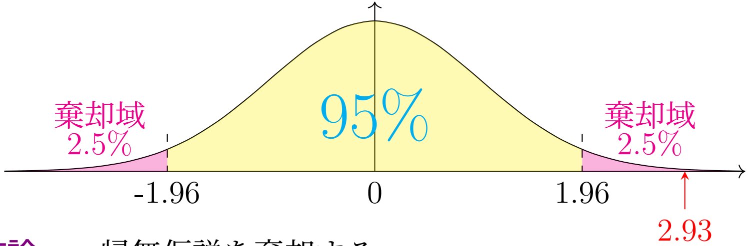


Step 4：判定　$z = 2.93 > 1.96$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却する。

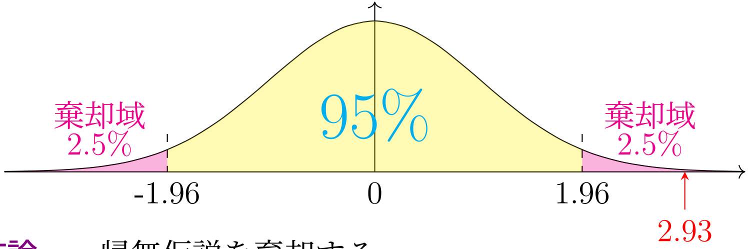
Step 4：判定　　$z = 2.93 > 1.96$



Step 5：結論　　帰無仮説を棄却する。

答： 有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言える。

Step 4：判定　$z = 2.93 > 1.96$



Step 5：結論　帰無仮説を棄却する。

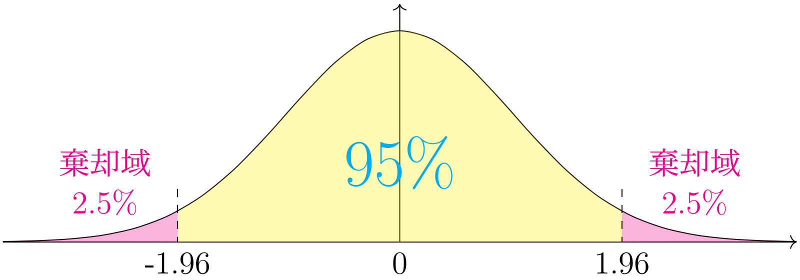
答： 有意水準 5%で、着用率は法改正前と変わったと言える。

【参考：もし片側検定なら】　「法改正で着用率が上がったか」を調べるなら、右側片側検定を使う。この場合、臨界値は 1.645 となり、$z = 2.93 > 1.645$ でやはり棄却される。両側検定の方がより厳しい基準（臨界値が大きい）なので、両側で棄却されれば片側でも棄却される。

math-support.jp

今回の学習目標

両側検定



math-support.jp