ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円）。

$$\{980,\ 1020,\ 950,\ 1050,\ 990,\ 1010,\ 1000\}$$

母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

今回の学習目標

t 分布の信頼区間を求める。

- 正規分布との比較

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

math-support.jp

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

math-support.jp

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

math-support.jp

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

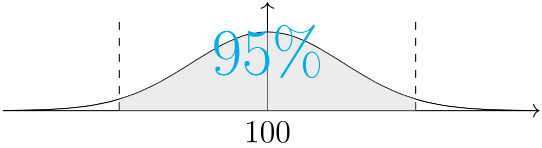
95%信頼区間は、

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、

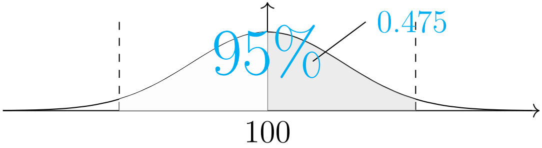


例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、



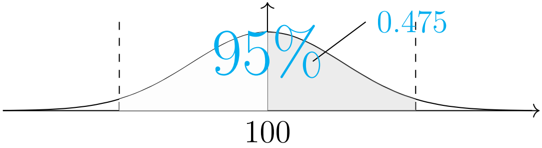
math-support.jp

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、$P(0 \leqq Z \leqq 1.96) = 0.475$ を使って



math-support.jp

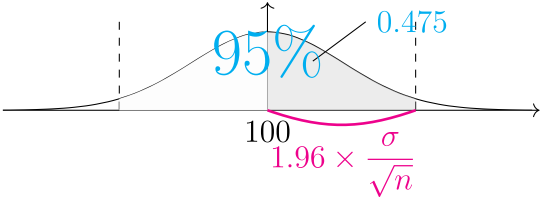
例 1

母分散が既知の場合（復習）ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g)。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、$P(0 \leqq Z \leqq 1.96) = 0.475$ を使って



math-support.jp

例 1

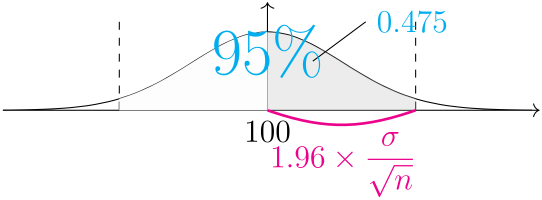
母分散が既知の場合（復習） ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、$P(0 \leqq Z \leqq 1.96) = 0.475$ を使って

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、$P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$ を使って：

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

math-support.jp

例 1 **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。
標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$
95%信頼区間は、$P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$ を使って：

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

数値を代入：

$$100 - 1.96 \times 1.70 < m < 100 + 1.96 \times 1.70$$

$$100 - 3.33 < m < 100 + 3.33$$

math-support.jp

$\boxed{\text{例 1}}$ **母分散が既知の場合（復習）** ある製品の重量は正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うことが分かっている（母標準偏差 $\sigma = 3.80$ g）。5 個を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 100$ g だった。母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

母標準偏差 $\sigma = 3.80$ が既知なので、標本平均は正規分布。

標本平均の標準偏差は、$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$

95%信頼区間は、$P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$ を使って：

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

数値を代入：

$$100 - 1.96 \times 1.70 < m < 100 + 1.96 \times 1.70$$

$$100 - 3.33 < m < 100 + 3.33$$

$\boxed{\text{答}}$ $96.67 < m < 103.33$

math-support.jp

例 2　**母分散が不明の場合** ある製品の重量を 5 個測定したところ、次のデータが得られた（単位：g）。

$$\{98,\ 102,\ 100,\ 105,\ 95\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

math-support.jp

例 2 **母分散が不明の場合** ある製品の重量を 5 個測定したところ、次のデータが得られた（単位：g）。

$$\{98,\ 102,\ 100,\ 105,\ 95\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均と標本標準偏差を計算

math-support.jp

例 2 **母分散が不明の場合** ある製品の重量を 5 個測定したところ、次のデータが得られた（単位：g）。

$\{98,\ 102,\ 100,\ 105,\ 95\}$

母集団は正規分布と仮定して、母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均と標本標準偏差を計算

標本平均：

$$\bar{x} = \frac{98 + 102 + 100 + 105 + 95}{5} = \frac{500}{5} = \mathbf{100}$$

math-support.jp

例 2 **母分散が不明の場合** ある製品の重量を 5 個測定したところ、次のデータが得られた（単位：g）。

$$\{98,\ 102,\ 100,\ 105,\ 95\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均と標本標準偏差を計算

標本平均：

$$\bar{x} = \frac{98 + 102 + 100 + 105 + 95}{5} = \frac{500}{5} = \mathbf{100}$$

偏差の 2 乗和：

$$(98 - 100)^2 + (102 - 100)^2 + (100 - 100)^2 + (105 - 100)^2 + (95 - 100)^2$$
$$= 4 + 4 + 0 + 25 + 25 = 58$$

例 2 **母分散が不明の場合** ある製品の重量を 5 個測定したところ、次のデータが得られた（単位：g）。

$$\{98,\ 102,\ 100,\ 105,\ 95\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均 m の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均と標本標準偏差を計算

標本平均：

$$\bar{x} = \frac{98 + 102 + 100 + 105 + 95}{5} = \frac{500}{5} = \mathbf{100}$$

偏差の 2 乗和：

$$(98 - 100)^2 + (102 - 100)^2 + (100 - 100)^2 + (105 - 100)^2 + (95 - 100)^2$$
$$= 4 + 4 + 0 + 25 + 25 = 58$$

標本標準偏差：

$$s = \sqrt{\frac{58}{5 - 1}} = \sqrt{\frac{58}{4}} = \sqrt{14.5} \approx \mathbf{3.81}$$

math-support.jp

Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\rightarrow$ 自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

math-support.jp

Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\quad\rightarrow\quad$ 自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、

math-support.jp

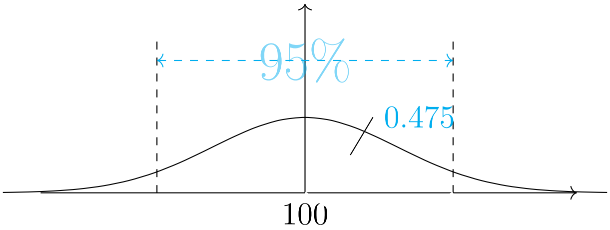
Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5　→　自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、



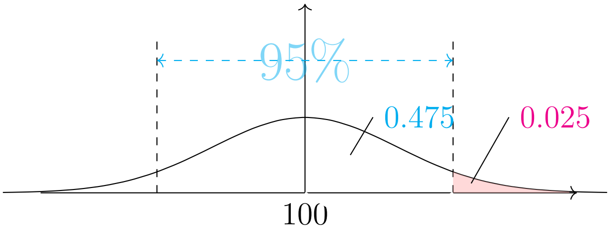
Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\quad\rightarrow\quad$ 自由度：$n-1=5-1=4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、



![math-support.jp]

Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\rightarrow$ 自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、$t_{0.025}$ を t 分布表から：

自由度	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.025}$	$t_{0.01}$	$t_{0.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	**2.776**	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845

math-support.jp

Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\rightarrow$ 自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、$t_{0.025}$ を t 分布表から：$t_{0.025}(4) = 2.776$

自由度	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.025}$	$t_{0.01}$	$t_{0.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	**2.776**	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845

math-support.jp

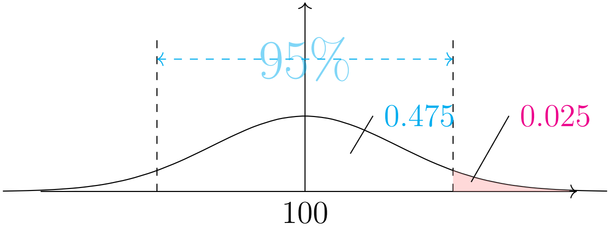
Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5 $\rightarrow$ 自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、$t_{0.025}$ を t 分布表から：$t_{0.025}(4) = 2.776$



math-support.jp

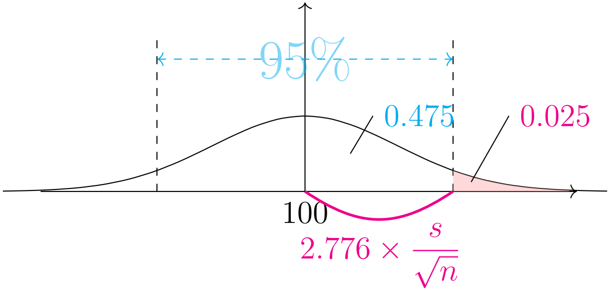
Step 2：t 分布を使う

母標準偏差 σ が不明なので、t 分布を使う。

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}}$$

標本数 5　→　自由度：$n - 1 = 5 - 1 = 4$

95%信頼区間なので、両端 5% ゆえ、$t_{0.025}$ を t 分布表から：$t_{0.025}(4) = 2.776$



Step 3：信頼区間を計算

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100　　　標本平均の標準偏差：$\dfrac{s}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.81}{\sqrt{5}} = \mathbf{1.70}$

math-support.jp

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100　　標本平均の標準偏差：$\dfrac{s}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.81}{\sqrt{5}} = \mathbf{1.70}$

95%信頼区間は

$$\bar{x} - 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100　　標本平均の標準偏差：$\dfrac{s}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.81}{\sqrt{5}} = \mathbf{1.70}$

95%信頼区間は

$$\bar{x} - 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

数値を代入：

$$100 - 2.776 \times \mathbf{1.70} < m < 100 + 2.776 \times \mathbf{1.70}$$

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100　　標本平均の標準偏差：$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{3.81}{\sqrt{5}} = \mathbf{1.70}$

95%信頼区間は

$$\bar{x} - 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

数値を代入：

$$100 - 2.776 \times \mathbf{1.70} < m < 100 + 2.776 \times \mathbf{1.70}$$

$$100 - 4.72 < m < 100 + 4.72$$

math-support.jp

Step 3：信頼区間を計算

標本平均：100　　標本平均の標準偏差：$\dfrac{s}{\sqrt{n}} = \dfrac{3.81}{\sqrt{5}} = \mathbf{1.70}$

95%信頼区間は

$$\bar{x} - 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + 2.776 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

数値を代入：

$$100 - 2.776 \times \mathbf{1.70} < m < 100 + 2.776 \times \mathbf{1.70}$$

$$100 - 4.72 < m < 100 + 4.72$$

$\boxed{\text{答}}$　$95.28 < m < 104.72$

math-support.jp

【例 1 と例 2 の比較】

	例 1（σ 既知）	例 2（σ 不明）
標本平均	100	100
標準偏差	$\sigma = 3.80$	$s = 3.81$
使う分布	$N(0,1)$	$t(4)$
臨界値	$Z = 1.96$	$t = 2.776$
標準誤差	$\frac{3.80}{\sqrt{5}} = 1.70$	$\frac{3.81}{\sqrt{5}} = 1.70$
誤差範囲	± 3.33	± 4.72
信頼区間	$(96.67,\ 103.33)$	$(95.28,\ 104.72)$
幅	6.66	9.44

母平均の信頼区間（母分散不明）

標本サイズ n、標本平均 $\bar{x}$、標本標準偏差 s のとき、
母平均 m の 95%信頼区間：

$$\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + t_{0.025}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

math-support.jp

母平均の信頼区間（母分散不明）

標本サイズ n、標本平均 $\bar{x}$、標本標準偏差 s のとき、
母平均 m の 95%信頼区間：

$$\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + t_{0.025}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

または：

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

math-support.jp

計算手順：

(1) 自由度 $(n-1)$ を求める

(2) 標本平均 $\bar{x}$ を計算

(3) 標本標準偏差 s を計算

(4) 標準誤差 $\frac{s}{\sqrt{n}}$ を計算

(5) t 分布表から $t_{0.025}(n-1)$ を読み取る

(6) 信頼区間を計算

math-support.jp

例 3 ある工場で製造された部品の長さ（mm）を 6 個測定したとき、

$$\{50.2,\ 49.8,\ 50.5,\ 49.9,\ 50.1,\ 50.3\}$$

が得られた。母集団は正規分布に従うと仮定し、母平均の 95% 信頼区間を求めよ。

例 3　ある工場で製造された部品の長さ（mm）を 6 個測定したとき、

$$\{50.2,\ 49.8,\ 50.5,\ 49.9,\ 50.1,\ 50.3\}$$

が得られた。*母集団*は正規分布に従うと仮定し、*母平均*の 95% 信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

例 3　ある工場で製造された部品の長さ（mm）を 6 個測定したとき、

$$\{50.2,\ 49.8,\ 50.5,\ 49.9,\ 50.1,\ 50.3\}$$

が得られた。母集団は正規分布に従うと仮定し、母平均の 95% 信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{50.2 + 49.8 + 50.5 + 49.9 + 50.1 + 50.3}{6} \approx \mathbf{50.13}$$

math-support.jp

例 3 ある工場で製造された部品の長さ（mm）を 6 個測定したとき、

$$\{50.2,\ 49.8,\ 50.5,\ 49.9,\ 50.1,\ 50.3\}$$

が得られた。母集団は正規分布に従うと仮定し、母平均の 95% 信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{50.2 + 49.8 + 50.5 + 49.9 + 50.1 + 50.3}{6} \approx \mathbf{50.13}$$

偏差の 2 乗和：

$$\begin{aligned}&(50.2 - 50.13)^2 + (49.8 - 50.13)^2 + (50.5 - 50.13)^2 \\ &+ (49.9 - 50.13)^2 + (50.1 - 50.13)^2 + (50.3 - 50.13)^2 \qquad \approx 0.3334\end{aligned}$$

math-support.jp

例 3　ある工場で製造された部品の長さ（mm）を 6 個測定したとき、

$$\{50.2,\ 49.8,\ 50.5,\ 49.9,\ 50.1,\ 50.3\}$$

が得られた。母集団は正規分布に従うと仮定し、母平均の 95% 信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{50.2 + 49.8 + 50.5 + 49.9 + 50.1 + 50.3}{6} \approx \mathbf{50.13}$$

偏差の 2 乗和：

$$(50.2 - 50.13)^2 + (49.8 - 50.13)^2 + (50.5 - 50.13)^2 + (49.9 - 50.13)^2 + (50.1 - 50.13)^2 + (50.3 - 50.13)^2 \approx 0.3334$$

自由度 5 だから：　$s = \sqrt{\dfrac{0.3334}{5}} = \sqrt{0.0667} \approx \mathbf{0.258}$

math-support.jp

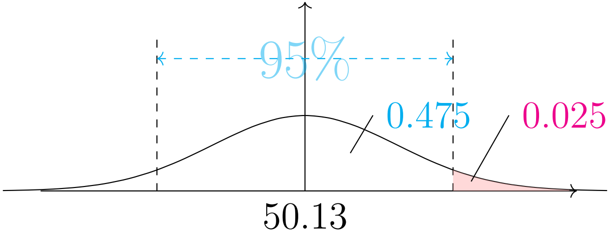
Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

math-support.jp

Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

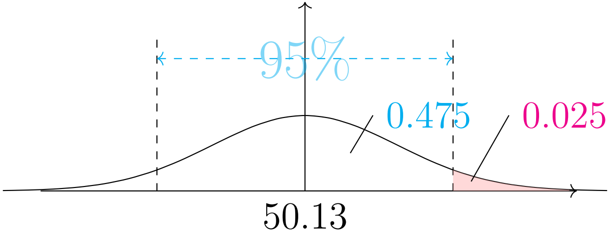


math-support.jp

Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

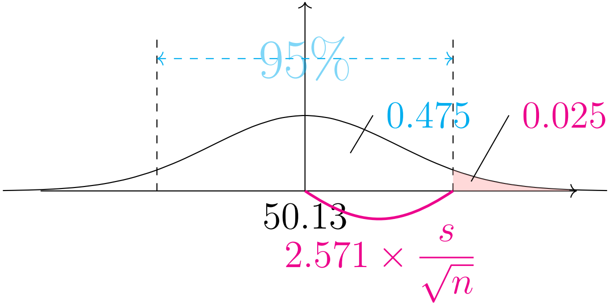


math-support.jp

Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$



math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(5) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 50.13 \pm 2.571 \times \frac{0.258}{\sqrt{6}}$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(5) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 50.13 \pm 2.571 \times \frac{0.258}{\sqrt{6}}$$

$$= 50.13 \pm 2.571 \times 0.105$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(5) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 50.13 \pm 2.571 \times \frac{0.258}{\sqrt{6}}$$

$$= 50.13 \pm 2.571 \times 0.105$$

$$= 50.13 \pm 0.27$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=5$

t 分布表から：$t_{0.025}(5)=2.571$

$$\bar{x} \pm t_{0.025}(5) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 50.13 \pm 2.571 \times \frac{0.258}{\sqrt{6}}$$

$$= 50.13 \pm 2.571 \times 0.105$$

$$= 50.13 \pm 0.27$$

答　$49.86 < m < 50.40$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円）。
$\{980, 1020, 950, 1050, 990, 1010, 1000\}$
母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。（$t_{0.025}(6) = 2.447$）

math-support.jp

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円)。

$$\{980,\ 1020,\ 950,\ 1050,\ 990,\ 1010,\ 1000\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円)。

$$\{980,\ 1020,\ 950,\ 1050,\ 990,\ 1010,\ 1000\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

math-support.jp

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円)。

$$\{980, 1020, 950, 1050, 990, 1010, 1000\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{980 + 1020 + 950 + 1050 + 990 + 1010 + 1000}{7} = \mathbf{1000}$$

math-support.jp

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円)。

$$\{980,\ 1020,\ 950,\ 1050,\ 990,\ 1010,\ 1000\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{980 + 1020 + 950 + 1050 + 990 + 1010 + 1000}{7} = \mathbf{1000}$$

偏差の 2 乗和：

$$\begin{aligned}&(980 - 1000)^2 + (1020 - 1000)^2 + (950 - 1000)^2 + (1050 - 1000)^2 \\ &+ (990 - 1000)^2 + (1010 - 1000)^2 + (1000 - 1000)^2 \\ &= 6000\end{aligned}$$

math-support.jp

問 1 ある商品の価格を 7 店舗で調査したところ、次のデータが得られた（単位：円)。

$$\{980,\ 1020,\ 950,\ 1050,\ 990,\ 1010,\ 1000\}$$

母集団は正規分布と仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。

Step 1：標本平均、標本標準偏差

$$\bar{x} = \frac{980 + 1020 + 950 + 1050 + 990 + 1010 + 1000}{7} = \mathbf{1000}$$

偏差の 2 乗和：

$$(980 - 1000)^2 + (1020 - 1000)^2 + (950 - 1000)^2 + (1050 - 1000)^2$$
$$+ (990 - 1000)^2 + (1010 - 1000)^2 + (1000 - 1000)^2$$
$$= 6000$$

$$s = \sqrt{\frac{6000}{6}} = \sqrt{1000} \approx \mathbf{31.62}$$

math-support.jp

Step 2：95% 信頼区間を計算

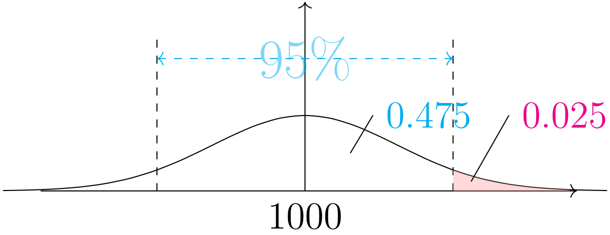
math-support.jp

Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

Step 2：95% 信頼区間を計算

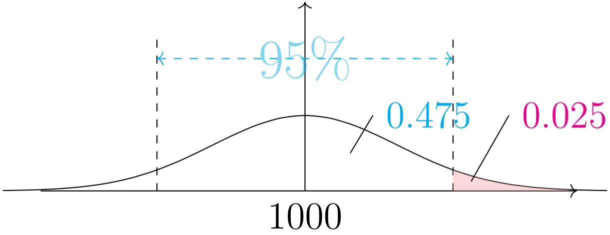
自由度：$n - 1 = 6$



Step 2：95% 信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

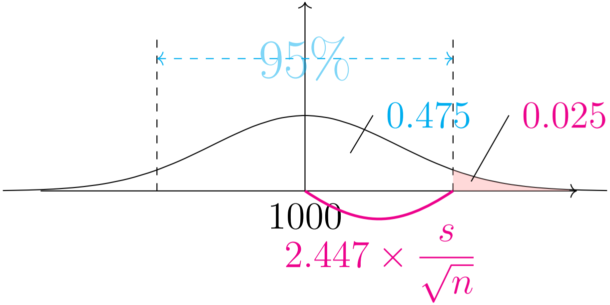


math-support.jp

Step 2：95% **信頼区間を計算**

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$



math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

$$1000 \pm 2.447 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

$$1000 \pm 2.447 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= 1000 \pm 2.447 \times \frac{31.62}{\sqrt{7}}$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

$$
\begin{aligned}
&1000 \pm 2.447 \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times \frac{31.62}{\sqrt{7}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times 11.95
\end{aligned}
$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

$$
\begin{aligned}
&1000 \pm 2.447 \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times \frac{31.62}{\sqrt{7}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times 11.95 \\
&= 1000 \pm 29.2
\end{aligned}
$$

math-support.jp

Step 2：信頼区間を計算

自由度：$n-1=6$

t 分布表から：$t_{0.025}(6)=2.447$

$$
\begin{aligned}
&1000 \pm 2.447 \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times \frac{31.62}{\sqrt{7}} \\
&= 1000 \pm 2.447 \times 11.95 \\
&= 1000 \pm 29.2
\end{aligned}
$$

答　$970.8 < m < 1029.2$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。$(t_{0.025}(9) = 2.262)$

math-support.jp

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

math-support.jp

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

与えられた情報：

- 標本サイズ：$n = 10$
- 標本平均：$\bar{x} = 165.2$ cm
- 標本標準偏差：$s = 5.8$ cm
- 自由度：$n - 1 = 9$
- t 値：$t_{0.025}(9) = 2.262$

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

与えられた情報：

- 標本サイズ：$n = 10$
- 標本平均：$\bar{x} = 165.2$ cm
- 標本標準偏差：$s = 5.8$ cm
- 自由度：$n - 1 = 9$
- t 値：$t_{0.025}(9) = 2.262$

信頼区間：

$$165.2 \pm 2.262 \times \frac{5.8}{\sqrt{10}}$$

math-support.jp

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

与えられた情報：

- 標本サイズ：$n = 10$
- 標本平均：$\bar{x} = 165.2$ cm
- 標本標準偏差：$s = 5.8$ cm
- 自由度：$n - 1 = 9$
- t 値：$t_{0.025}(9) = 2.262$

信頼区間：

$$165.2 \pm 2.262 \times \frac{5.8}{\sqrt{10}}$$

$$= 165.2 \pm 2.262 \times 1.834$$

math-support.jp

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

与えられた情報：

- 標本サイズ：$n = 10$
- 標本平均：$\bar{x} = 165.2$ cm
- 標本標準偏差：$s = 5.8$ cm
- 自由度：$n - 1 = 9$
- t 値：$t_{0.025}(9) = 2.262$

信頼区間：

$$165.2 \pm 2.262 \times \frac{5.8}{\sqrt{10}}$$

$$= 165.2 \pm 2.262 \times 1.834$$

$$= 165.2 \pm 4.15$$

math-support.jp

問 2 ある学校で 10 人の生徒の身長を測定したところ、標本平均 $\bar{x} = 165.2$ cm、標本標準偏差 $s = 5.8$ cm だった。母集団は正規分布に従うと仮定して、母平均の 95%信頼区間を求めよ。($t_{0.025}(9) = 2.262$)

与えられた情報：

- 標本サイズ：$n = 10$
- 標本平均：$\bar{x} = 165.2$ cm
- 標本標準偏差：$s = 5.8$ cm
- 自由度：$n - 1 = 9$
- t 値：$t_{0.025}(9) = 2.262$

信頼区間：

$$165.2 \pm 2.262 \times \frac{5.8}{\sqrt{10}}$$

$$= 165.2 \pm 2.262 \times 1.834$$

$$= 165.2 \pm 4.15$$

答 $161.05 < m < 169.35$

math-support.jp

まとめ

	母分散既知	母分散不明
標準化した統計量	$\dfrac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\dfrac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$

まとめ

	母分散既知	母分散不明
標準化した統計量	$\dfrac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\dfrac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$
従う分布	$N(0,1)$	$t(n-1)$

math-support.jp

まとめ

	母分散既知	母分散不明
標準化した統計量	$\dfrac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\dfrac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$
従う分布	$N(0,1)$	$t(n-1)$
95%臨界値	1.96	$t_{0.025}(n-1)$

math-support.jp

まとめ

	母分散既知	母分散不明
標準化した統計量	$\frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\frac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$
従う分布	$N(0,1)$	$t(n-1)$
95%臨界値	1.96	$t_{0.025}(n-1)$
95%信頼区間	$\bar{x} \pm 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$

まとめ

	母分散既知	母分散不明
標準化した統計量	$\frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\frac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$
従う分布	$N(0,1)$	$t(n-1)$
95%臨界値	1.96	$t_{0.025}(n-1)$
95%信頼区間	$\bar{x} \pm 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$
信頼区間の幅	狭い	広い

math-support.jp

まとめ

	母分散既知	**母分散不明**
標準化した統計量	$\frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\frac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{n}}$
従う分布	$N(0,1)$	$t(n-1)$
95%臨界値	1.96	$t_{0.025}(n-1)$
95%信頼区間	$\bar{x} \pm 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} \pm t_{0.025}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$
信頼区間の幅	狭い	広い
実用性	非現実的	**実用的**

math-support.jp

今回の学習目標

t 分布の信頼区間を求める。

- 正規分布との比較

math-support.jp