標本平均の標準偏差：$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

実際の調査では $\sigma$ は未知である。では、標本から計算した標準偏差で $\sigma$ を代用できるのか？この2つはどの程度一致するのか？

math-support.jp

# 今回の学習目標

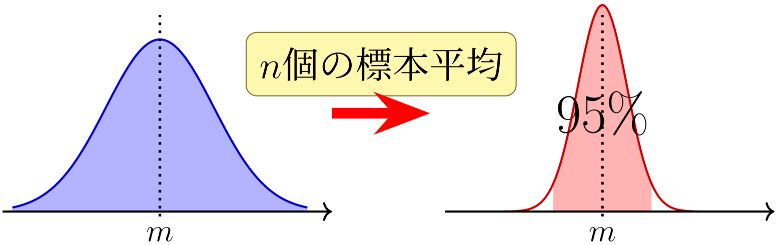
母標準偏差の不明時の標本標準偏差の補正

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

math-support.jp

実際の調査では母標準偏差 $\sigma$ は未知である。母平均を推定するのに、標本から計算した標準偏差で $\sigma$ を代用できるのか？
この２つはどの程度一致するのだろうか？

**母集団 $X$ の分布**　　**標本平均 $\overline{X}$ の分布**




母平均：$\mathrm{E}(X) = m$

母標準偏差：$\sigma(X) = \sigma$

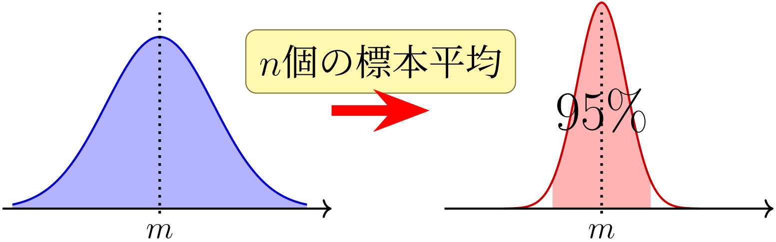
標本平均の平均：$\mathrm{E}(\overline{X}) = m$

標本平均の標準偏差：$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

math-support.jp

実際の調査では母標準偏差 $\sigma$ は未知である。母平均を推定するのに、標本から計算した標準偏差で $\sigma$ を代用できるのか？
この２つはどの程度一致するのだろうか？

## 母集団 $X$ の分布　　標本平均 $\overline{X}$ の分布




母平均：$\mathrm{E}(X) = m$

母標準偏差：$\sigma(X) = \sigma$

標本平均の平均：$\mathrm{E}(\overline{X}) = m$

標本平均の標準偏差：$\sigma(\overline{X}) = \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

math-support.jp

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

math-support.jp

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

$\boxed{\text{例 1}}$ 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s_0$ を求めよ。

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

math-support.jp

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s_0$ を求めよ。

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

math-support.jp

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s_0$ を求めよ。

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

math-support.jp

まず、小さな有限母集団で実際に計算してみよう。

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s_0$ を求めよ。

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

(5) (1) と (4) の結果を比較し、気づいたことを述べよ。

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

$$m = \frac{1+3+5+7}{4} = 4$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

$$m = \frac{1+3+5+7}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{4} = 5$$

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

$$m = \frac{1+3+5+7}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{4} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{5} \approx 2.236$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(1) 母集団の平均 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めよ。

$$m = \frac{1+3+5+7}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(7-4)^2}{4} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{5} \approx 2.236$$

答　$m = 4, \quad \sigma = \sqrt{5}$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 3, 5\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 3, 5\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,3,5\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 3, 5\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$\{1, 3, 7\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3}$$

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,3,5\}$ のとき、 $\bar{x}=\frac{1+3+5}{3}=3$

$$s_0^2=\frac{4+0+4}{3}=\frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0=\sqrt{\frac{8}{3}}$$

$\{1,3,7\}$ のとき、 $\bar{x}=\frac{1+3+7}{3}=\frac{11}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{11}{3})^2+(3-\frac{11}{3})^2+(7-\frac{11}{3})^2$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,3,5\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$\{1,3,7\}$ のとき、

$$\bar{x} = \frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3}$$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{11}{3})^2 + (3-\frac{11}{3})^2 + (7-\frac{11}{3})^2$

$$= \frac{64}{9} + \frac{4}{9} + \frac{100}{9} = \frac{168}{9}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,3,5\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$\{1,3,7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{11}{3})^2 + (3-\frac{11}{3})^2 + (7-\frac{11}{3})^2$

$$= \frac{64}{9} + \frac{4}{9} + \frac{100}{9} = \frac{168}{9}$$

$$s_0^2 = \frac{168}{27}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,3,5\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+3+5}{3} = 3$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$\{1,3,7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{11}{3})^2 + (3-\frac{11}{3})^2 + (7-\frac{11}{3})^2$

$$= \frac{64}{9} + \frac{4}{9} + \frac{100}{9} = \frac{168}{9}$$

$$s_0^2 = \frac{168}{27} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{168}{27}}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

math-support.jp

例 1　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

math-support.jp

例 1　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,5,7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{13}{3})^2 + (5-\frac{13}{3})^2 + (7-\frac{13}{3})^2$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1 - \frac{13}{3})^2 + (5 - \frac{13}{3})^2 + (7 - \frac{13}{3})^2$

$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1 - \frac{13}{3})^2 + (5 - \frac{13}{3})^2 + (7 - \frac{13}{3})^2$

$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$

$s_0^2 = \frac{168}{27}$

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,5,7\}$ のとき、 $\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

$$\text{偏差の 2 乗和}：(1-\tfrac{13}{3})^2 + (5-\tfrac{13}{3})^2 + (7-\tfrac{13}{3})^2$$
$$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$$
$$s_0^2 = \frac{168}{27} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{168}{27}}$$

math-support.jp

例 1　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1 - \frac{13}{3})^2 + (5 - \frac{13}{3})^2 + (7 - \frac{13}{3})^2$

$$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$$

$$s_0^2 = \frac{168}{27} \quad \to \quad s_0 = \sqrt{\frac{168}{27}}$$

$\{3, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{3+5+7}{3} = 5$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1 - \frac{13}{3})^2 + (5 - \frac{13}{3})^2 + (7 - \frac{13}{3})^2$

$$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$$

$$s_0^2 = \frac{168}{27} \quad \to \quad s_0 = \sqrt{\frac{168}{27}}$$

$\{3, 5, 7\}$ のとき、　$\bar{x} = \frac{3+5+7}{3} = 5$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3}$$

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(2) 可能なすべての標本について、標本平均 $\bar{x}$ と標本標準偏差 $s$ を求めよ。

$\{1,5,7\}$ のとき、 $\bar{x} = \frac{1+5+7}{3} = \frac{13}{3}$

偏差の 2 乗和：$(1-\frac{13}{3})^2 + (5-\frac{13}{3})^2 + (7-\frac{13}{3})^2$

$$= \frac{100}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \frac{168}{9}$$

$$s_0^2 = \frac{168}{27} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{168}{27}}$$

$\{3,5,7\}$ のとき、 $\bar{x} = \frac{3+5+7}{3} = 5$

$$s_0^2 = \frac{4+0+4}{3} = \frac{8}{3} \quad \rightarrow \quad s_0 = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

| $s_0$ | $\sqrt{\frac{8}{3}}$ | $\sqrt{\frac{56}{9}}$ |
|---|---|---|
| $P(s_0)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

例 1 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

| $s_0$ | $\sqrt{\frac{8}{3}}$ | $\sqrt{\frac{56}{9}}$ |
|---|---|---|
| $P(s_0)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

$$E(s_0) = \sqrt{\frac{8}{3}} \times \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{56}{9}} \times \frac{1}{2}$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(3) 標本標準偏差 $s_0$ の確率分布（各値とその確率）を求めよ。

| $s_0$ | $\sqrt{\frac{8}{3}}$ | $\sqrt{\frac{56}{9}}$ |
|---|---|---|
| $P(s_0)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

(4) 標本標準偏差 $s_0$ の期待値（平均値）を求めよ。

$$E(s_0) = \sqrt{\frac{8}{3}} \times \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{56}{9}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{\frac{56}{9}}\right) \approx 2.076$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(5) (1) と (4) の結果を比較し、気づいたことを述べよ。

math-support.jp

**例 1** 母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(5) (1) と (4) の結果を比較し、気づいたことを述べよ。

$$\sigma \approx 2.236, \qquad E(s_0) \approx 2.076$$

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(5) (1) と (4) の結果を比較し、気づいたことを述べよ。

$$\sigma \approx 2.236, \qquad E(s_0) \approx 2.076$$

$$E(s_0) < \sigma$$

math-support.jp

**例 1**　母集団 1,3,5,7 から 3 つの数字を非復元抽出で取り出すとき、次の問いに答えよ。

(5) (1) と (4) の結果を比較し、気づいたことを述べよ。

$$\sigma \approx 2.236, \qquad E(s_0) \approx 2.076$$

$$E(s_0) < \sigma$$

標本の標準偏差 $s_0$ の期待値は、母標準偏差 $\sigma$ よりも系統的に小さくなる。これは、標本から計算した標準偏差が母集団の標準偏差を過小評価する傾向があることを意味している。

なぜそうなるのか？
一般的な場合（無限母集団）で理論的に考察しよう。

math-support.jp

## なぜそうなるのか？
## 一般的な場合（無限母集団）で理論的に考察しよう。

母集団から $n$ 個の標本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ を取り出したとき、標本分散を

$$s_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

とする。ただし、$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ は標本平均である。

math-support.jp

**なぜそうなるのか？**
**一般的な場合（無限母集団）で理論的に考察しよう。**

母集団から $n$ 個の標本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ を取り出したとき、標本分散を

$$s_0^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

とする。ただし、$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ は標本平均である。
この標本分散の期待値を求めると：

$$\mathrm{E}(s_0^2) = \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right]$$

ここで、

math-support.jp

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

math-support.jp

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n}\{(X_i - m) - (\bar{X} - m)\}^2$$

math-support.jp

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n}\{(X_i - m) - (\bar{X} - m)\}^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{(X_i - m)^2 - 2(X_i - m)(\bar{X} - m) + (\bar{X} - m)^2\right\}$$

math-support.jp

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 &= \sum_{i=1}^{n}\{(X_i - m) - (\bar{X} - m)\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{(X_i - m)^2 - 2(X_i - m)(\bar{X} - m) + (\bar{X} - m)^2\right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2(\bar{X} - m)\sum_{i=1}^{n}(X_i - m) + \sum_{i=1}^{n}(\bar{X} - m)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 &= \sum_{i=1}^{n}\{(X_i - m) - (\bar{X} - m)\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{(X_i - m)^2 - 2(X_i - m)(\bar{X} - m) + (\bar{X} - m)^2\right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2(\bar{X} - m)\sum_{i=1}^{n}(X_i - m) + \sum_{i=1}^{n}(\bar{X} - m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2(\bar{X} - m) \cdot n(\bar{X} - m) + n(\bar{X} - m)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 &= \sum_{i=1}^{n}\{(X_i - m) - (\bar{X} - m)\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{(X_i - m)^2 - 2(X_i - m)(\bar{X} - m) + (\bar{X} - m)^2\right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2(\bar{X} - m)\sum_{i=1}^{n}(X_i - m) + \sum_{i=1}^{n}(\bar{X} - m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2(\bar{X} - m)\cdot n(\bar{X} - m) + n(\bar{X} - m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - 2n(\bar{X} - m)^2 + n(\bar{X} - m)^2
\end{aligned}
$$

math-support.jp

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2 &= \sum_{i=1}^{n}\{(X_i-m)-(\bar{X}-m)\}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{(X_i-m)^2-2(X_i-m)(\bar{X}-m)+(\bar{X}-m)^2\right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-2(\bar{X}-m)\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)+\sum_{i=1}^{n}(\bar{X}-m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-2(\bar{X}-m)\cdot n(\bar{X}-m)+n(\bar{X}-m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-2n(\bar{X}-m)^2+n(\bar{X}-m)^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2
\end{aligned}
$$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - n(\bar{X} - m)^2$$

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2$$

$$\mathrm{E}(s_0^2)=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right]=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-(\bar{X}-m)^2\right]$$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - n(\bar{X} - m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2) = \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right] = \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - (\bar{X} - m)^2\right]$$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2)=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right]=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2\right]-\mathrm{E}\left[(\bar{X}-m)^2\right]$$

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2)=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right]=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2\right]-\mathrm{E}\left[(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\sigma^2-\mathrm{V}(\bar{X})$$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2)=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right]=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2\right]-\mathrm{E}\left[(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\sigma^2-\mathrm{V}(\bar{X})$$

ここで、$\mathrm{V}(\bar{X})=\dfrac{\sigma^2}{n},\quad \sigma(\bar{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - n(\bar{X} - m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2) = \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\right] = \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2 - (\bar{X} - m)^2\right]$$

$$= \mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - m)^2\right] - \mathrm{E}\left[(\bar{X} - m)^2\right]$$

$$= \sigma^2 - \mathrm{V}(\bar{X})$$

ここで、$\mathrm{V}(\bar{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n}, \quad \sigma(\bar{X}) = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$= \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{n}$$

math-support.jp

したがって

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-n(\bar{X}-m)^2$$

期待値の和の性質を利用すると、

$$\mathrm{E}(s_0^2)=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right]=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2-(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\mathrm{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-m)^2\right]-\mathrm{E}\left[(\bar{X}-m)^2\right]$$

$$=\sigma^2-\mathrm{V}(\bar{X})$$

ここで、$\mathrm{V}(\bar{X})=\dfrac{\sigma^2}{n},\quad \sigma(\bar{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$=\sigma^2-\frac{\sigma^2}{n}=\frac{n-1}{n}\sigma^2$$

math-support.jp

## 結論：

$$\boxed{\mathrm{E}(s_0^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 < \sigma^2}$$

math-support.jp

## 結論：

$$\boxed{\mathrm{E}(s_0^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 < \sigma^2}$$

標本分散の期待値は母分散よりも $\frac{n-1}{n}$ 倍だけ小さい。

## 結論：

$$\boxed{\mathrm{E}(s_0^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 < \sigma^2}$$

標本分散の期待値は母分散よりも $\frac{n-1}{n}$ 倍だけ小さい。
母分散を推定するには、標本分散を $\frac{n}{n-1}$ 倍する。

math-support.jp

**結論：**

$$\boxed{\mathrm{E}(s_0^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 < \sigma^2}$$

標本分散の期待値は母分散よりも $\frac{n-1}{n}$ 倍だけ小さい。
母分散を推定するには、標本分散を $\frac{n}{n-1}$ 倍する。
これを**不偏分散**といい、

**結論：**

$$\boxed{\mathrm{E}(s_0^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 < \sigma^2}$$

標本分散の期待値は母分散よりも $\frac{n-1}{n}$ 倍だけ小さい。
母分散を推定するには、標本分散を $\frac{n}{n-1}$ 倍する。
これを**不偏分散**といい、
不偏分散の平方根を**標本標準偏差**という。母平均の推定の場合はこれを用いる。

math-support.jp

## 不偏分散

母分散を推定するための不偏分散

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

母標準偏差を推定するための標本標準偏差

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

※ 無限母集団からの復元抽出

math-support.jp

不偏分散の分母が $n-1$ になる理由の一つは、**偏差の自由度**の考え方による。

math-support.jp

不偏分散の分母が $n-1$ になる理由の一つは、**偏差の自由度**の考え方による。
$n$ 個のデータから標本平均 $\bar{x}$ を計算すると、偏差 $(x_i - \bar{x})$ には

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

という制約条件が生まれる。この制約により、$n$ 個の偏差のうち独立な情報を持つのは $(n-1)$ 個だけとなる。

math-support.jp

不偏分散の分母が $n-1$ になる理由の一つは、**偏差の自由度**の考え方による。
$n$ 個のデータから標本平均 $\bar{x}$ を計算すると、偏差 $(x_i-\bar{x})$ には

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$$

という制約条件が生まれる。この制約により、$n$ 個の偏差のうち独立な情報を持つのは $(n-1)$ 個だけとなる。
**例：** $n=3$ のとき、2 つの偏差が決まれば、残りの 1 つは自動的に決まる。

math-support.jp

不偏分散の分母が $n-1$ になる理由の一つは、**偏差の自由度**の考え方による。
$n$ 個のデータから標本平均 $\bar{x}$ を計算すると、偏差 $(x_i - \bar{x})$ には

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

という制約条件が生まれる。この制約により、$n$ 個の偏差のうち独立な情報を持つのは $(n-1)$ 個だけとなる。
**例：** $n=3$ のとき、2 つの偏差が決まれば、残りの 1 つは自動的に決まる。
この独立な情報の個数を**自由度（degrees of freedom）**といい、偏差平方和 $\sum(x_i - \bar{x})^2$ の自由度は $(n-1)$ である。

math-support.jp

不偏分散の分母が $n-1$ になる理由の一つは、**偏差の自由度**の考え方による。
$n$ 個のデータから標本平均 $\bar{x}$ を計算すると、偏差 $(x_i-\bar{x})$ には

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$$

という制約条件が生まれる。この制約により、$n$ 個の偏差のうち独立な情報を持つのは $(n-1)$ 個だけとなる。
**例：** $n=3$ のとき、2 つの偏差が決まれば、残りの 1 つは自動的に決まる。
この独立な情報の個数を**自由度（degrees of freedom）**といい、偏差平方和 $\sum(x_i-\bar{x})^2$ の自由度は $(n-1)$ である。　したがって、不偏分散は

$$s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

のように、自由度で割ることで正しい推定量となる。

math-support.jp

# ビデオを止めて問題を解いてみよう

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

(2) 標本分散 $s_0^2 = \dfrac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

(3) 不偏分散 $s^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1** 標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$\boxed{答}$　$\bar{x} = 5$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$\boxed{\text{答}}$　$\bar{x} = 5$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

偏差の 2 乗和：$(2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 = 9 + 0 + 9 = 18$

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$\boxed{答}$　$\bar{x} = 5$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

偏差の 2 乗和：$(2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 = 9 + 0 + 9 = 18$

標本分散：$s_0^2 = \dfrac{18}{3} = 6$

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$\boxed{\text{答}}$ $\bar{x} = 5$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

偏差の 2 乗和：$(2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 = 9 + 0 + 9 = 18$

標本分散：$s_0^2 = \dfrac{18}{3} = 6$

$\boxed{\text{答}}$ $s_0^2 = 6$

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

math-support.jp

**問 1**　標本 $\{2, 5, 8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x} = \frac{2+5+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$\boxed{答}$　$\bar{x} = 5$

(2) 標本分散 $s_0^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

偏差の 2 乗和：$(2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 = 9 + 0 + 9 = 18$

標本分散：$s_0^2 = \dfrac{18}{3} = 6$

$\boxed{答}$　$s_0^2 = 6$

(3) 不偏分散 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ を求めよ。

$$s^2 = \frac{18}{3-1} = \frac{18}{2} = 9$$

**問 1**　標本 $\{2,5,8\}$ が得られた。

(1) 標本平均 $\bar{x}$ を求めよ。

$$\bar{x}=\frac{2+5+8}{3}=\frac{15}{3}=5$$

$\boxed{答}$ $\bar{x}=5$

(2) 標本分散 $s_0^2=\frac{1}{n}\sum(x_i-\bar{x})^2$ を求めよ。

偏差の 2 乗和：$(2-5)^2+(5-5)^2+(8-5)^2=9+0+9=18$

標本分散：$s_0^2=\dfrac{18}{3}=6$

$\boxed{答}$ $s_0^2=6$

(3) 不偏分散 $s^2=\frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})^2$ を求めよ。

$$s^2=\frac{18}{3-1}=\frac{18}{2}=9$$

$\boxed{答}$ $s^2=9$

math-support.jp

# ビデオを止めて問題を解いてみよう

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x}), (7 - \bar{x})$ を求めよ。

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

math-support.jp

**問 2** 標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x}), (7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

math-support.jp

**問 2** 標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x}), (7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

$\boxed{答}$　$-4, \quad 0$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

答　$-4$,　$0$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

偏差の和は必ず 0 になる。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

$\boxed{答}$　$-4,\quad 0$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

偏差の和は必ず 0 になる。

$$(-4) + 0 + (x_3 - \bar{x}) = 0$$

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

答　$-4$,　$0$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

偏差の和は必ず 0 になる。

$$(-4) + 0 + (x_3 - \bar{x}) = 0$$

$$(x_3 - \bar{x}) = 4$$

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。

(1) 2 つの偏差 $(3 - \bar{x})$, $(7 - \bar{x})$ を求めよ。

$$3 - 7 = -4$$

$$7 - 7 = 0$$

$\boxed{\text{答}}$　$-4$,　$0$

(2) $(x_3 - \bar{x})$ を求めよ。

偏差の和は必ず 0 になる。

$$(-4) + 0 + (x_3 - \bar{x}) = 0$$

$$(x_3 - \bar{x}) = 4$$

$\boxed{\text{答}}$　$4$

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。
(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

math-support.jp

**問 2** 標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。
(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

3 つの偏差には「和が 0」という制約条件がある。

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。
(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

3 つの偏差には「和が 0」という制約条件がある。
そのため、**2 つの偏差を自由に決めると、残りの 1 つは自動的に決まってしまう**。つまり、3 つの偏差のうち、**独立な情報を持つのは 2 つだけ**である。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。
(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

3 つの偏差には「和が 0」という制約条件がある。
そのため、**2 つの偏差を自由に決めると、残りの 1 つは自動的に決まってしまう**。つまり、3 つの偏差のうち、**独立な情報を持つのは 2 つだけ**である。

この独立な情報の個数を**自由度**といい、この場合は自由度=2 となる。

math-support.jp

**問 2**　標本 $\{3, 7, x_3\}$ が得られ、標本平均は $\bar{x} = 7$ である。
(3) この結果から、「偏差の自由度が 2」の意味を説明せよ。

3 つの偏差には「和が 0」という制約条件がある。
そのため、**2 つの偏差を自由に決めると、残りの 1 つは自動的に決まってしまう**。つまり、3 つの偏差のうち、**独立な情報を持つのは 2 つだけ**である。

この独立な情報の個数を**自由度**といい、この場合は自由度=2 となる。

一般に、$n$ 個のデータから標本平均を計算すると、偏差の自由度は $(n-1)$ となる。

math-support.jp

# 今回の学習目標

母標準偏差の不明時、標本標準偏差を補正

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

math-support.jp