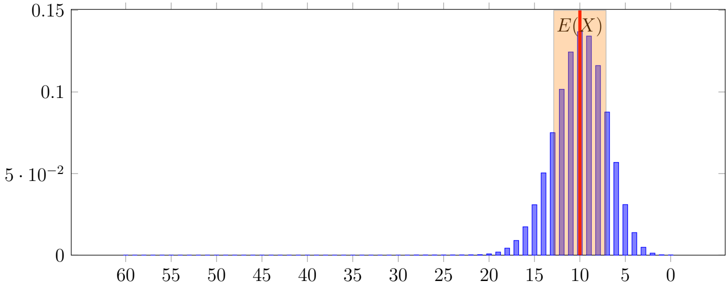
確率分布

1300. 二項分布の平均と分散

1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。



今回の学習目標

二項分布の平均と分散

- 線形性を用いて計算をシンプルにする方法

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

（平均） $E(X) = p$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$

（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$　　（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$

（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

$= p(1-p)$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$　　（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

$$= p(1 - p) = pq$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$　　（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

$= p(1-p) = pq$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均） $E(X) = p$ 　（2 乗の平均） $E(X^2) = p$

（分散） $V(X) = p - p^2$

$= p(1-p) = pq$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$　　（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

$$= p(1-p) = pq$$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q=1-p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X)=p$　　（2 乗の平均）$E(X^2)=p$

（分散）$V(X)=p-p^2$

$=p(1-p)=pq$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1+X_2+\cdots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots+E(X_n)$$
$$=p+p+\cdots+p$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均）$E(X) = p$　　（2 乗の平均）$E(X^2) = p$

（分散）$V(X) = p - p^2$

$= p(1-p) = pq$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)$$

$$= p + p + \cdots + p \quad = \mathbf{np}$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q=1-p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均） $E(X)=p$　　（2 乗の平均） $E(X^2)=p$

（分散） $V(X)=p-p^2$

$$=p(1-p)=pq$$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1+X_2+\cdots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots+E(X_n)$$

$$=p+p+\cdots+p \quad =\mathbf{np}$$

$$V(X_1+X_2+\cdots+X_n)$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q = 1 - p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均） $E(X) = p$　　（2 乗の平均） $E(X^2) = p$

（分散） $V(X) = p - p^2$

$$= p(1-p) = pq$$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \cdots + E(X_n)$$

$$= p + p + \cdots + p \quad = \mathbf{np}$$

$$V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \cdots + V(X_n)$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q=1-p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均） $E(X)=p$ （2 乗の平均） $E(X^2)=p$

（分散） $V(X)=p-p^2$

$$=p(1-p)=pq$$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1+X_2+\cdots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots+E(X_n)$$

$$=p+p+\cdots+p \quad = \mathbf{np}$$

$$V(X_1+X_2+\cdots+X_n)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots+V(X_n)$$

$$=pq+pq+\cdots+pq$$

math-support.jp

二項分布：当たりの確率が p の試行を n 回繰り返す

1 回の試行では、当たりの確率が p、ハズレが $q=1-p$

X	1	0
$P(X)$	p	q

X^2	1	0
$P(X^2)$	p	q

（平均） $E(X)=p$ （2 乗の平均） $E(X^2)=p$

（分散） $V(X)=p-p^2$

$$=p(1-p)=pq$$

1 回目を X_1、2 回目を X_2、3 回目を X_3、$\cdots$ 、n 回目を X_n

$$E(X_1+X_2+\cdots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots+E(X_n)$$

$$=p+p+\cdots+p \quad =\mathbf{np}$$

$$V(X_1+X_2+\cdots+X_n)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots+V(X_n)$$

$$=pq+pq+\cdots+pq \quad =\mathbf{npq}$$

math-support.jp

二項分布の平均と分散・標準偏差

X が二項分布 $B(n, p)$ に従うとき、$q = 1 - p$ として

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq, \qquad \sigma(X) = \sqrt{npq}$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

例 1 1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 60, \quad p = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}$ であるから、

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 60,\quad p = \frac{1}{6},\quad q = \frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X) = np$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 60,\ \ p = \frac{1}{6},\ \ q = \frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X) = np = 60 \cdot \frac{1}{6}$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=60,\ \ p=\frac{1}{6},\ \ q=\frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X)=np=60\cdot\frac{1}{6}=10$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=60, \quad p=\frac{1}{6}, \quad q=\frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X)=np=60\cdot\frac{1}{6}=10$$

$$V(X)=npq$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=60,\ \ p=\frac{1}{6},\ \ q=\frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X)=np=60\cdot\frac{1}{6}=10$$
$$V(X)=npq=60\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=60, \quad p=\frac{1}{6}, \quad q=\frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X)=np=60\cdot\frac{1}{6}=10$$

$$V(X)=npq=60\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{50}{6}$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 60,\ \ p = \frac{1}{6},\ \ q = \frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X) = np = 60 \cdot \frac{1}{6} = 10$$

$$V(X) = npq = 60 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{50}{6}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{50}{6}} = 2.88$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロを 60 回投げるとき、1 の目が出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 60, \quad p = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}$ であるから、

$$E(X) = np = 60 \cdot \frac{1}{6} = 10$$

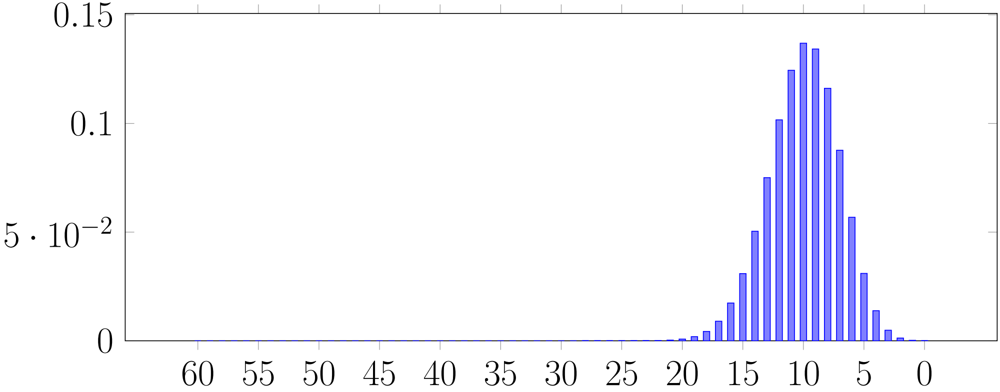
$$V(X) = npq = 60 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{50}{6}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{50}{6}} = 2.88$$

答 $E(X) = 10 \quad V(X) = \frac{50}{6} \quad \sigma(X) = 2.88$

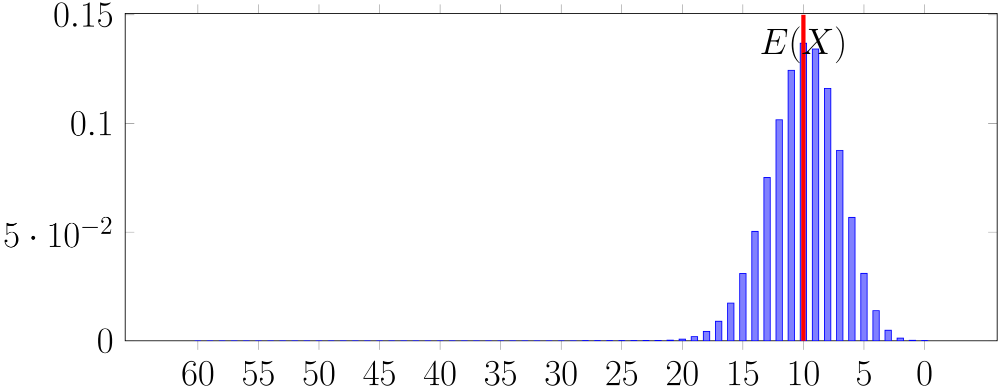
math-support.jp

$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 10 \quad V(X) = \frac{50}{6} \quad \sigma(X) = 2.88$



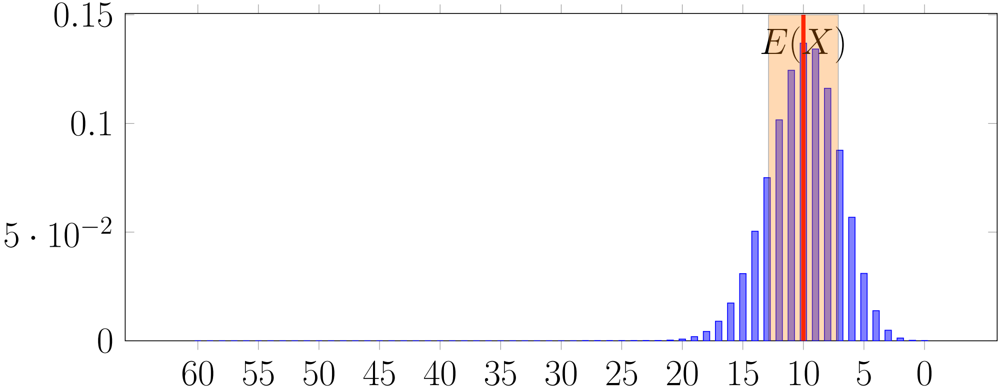
math-support.jp

$$\boxed{答} \quad E(X) = 10 \quad V(X) = \frac{50}{6} \quad \sigma(X) = 2.88$$



math-support.jp

$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 10 \quad V(X) = \frac{50}{6} \quad \sigma(X) = 2.88$



math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

math-support.jp

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

math-support.jp

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120,\ \ p = \frac{1}{3},\ \ q = \frac{2}{3}$ であるから、

math-support.jp

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np$$

math-support.jp

問 1 3分の1の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを120回するとき、当たりが出る回数をXとする。Xの平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np = 120 \cdot \frac{1}{3}$$

math-support.jp

問 1 3分の1の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを120回するとき、当たりが出る回数をXとする。Xの平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40$$

問 1 3分の1の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを120回するとき、当たりが出る回数をXとする。Xの平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40$$

$$V(X) = npq$$

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=120,\quad p=\frac{1}{3},\quad q=\frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X)=np=120\cdot\frac{1}{3}=40$$
$$V(X)=npq=120\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}$$

math-support.jp

問 1 3分の1の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを120回するとき、当たりが出る回数をXとする。Xの平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40$$
$$V(X) = npq = 120 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{80}{3}$$

math-support.jp

問 1　3分の1の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを120回するとき、当たりが出る回数をXとする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 120, \quad p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X) = np = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40$$
$$V(X) = npq = 120 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{80}{3}$$
$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{80}{3}} = 5.16$$

math-support.jp

問 1　3 分の 1 の確率で当たりが出るルーレットがある。このルーレットを 120 回するとき、当たりが出る回数を X とする。X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

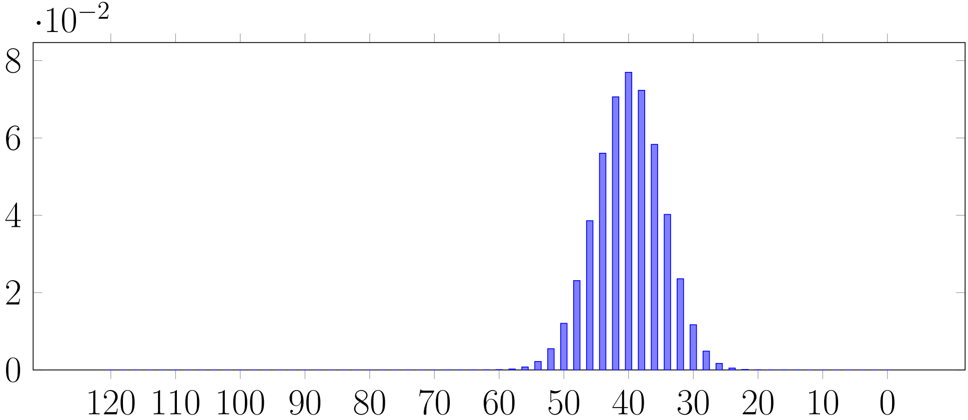
$n=120,\quad p=\frac{1}{3},\quad q=\frac{2}{3}$ であるから、

$$E(X)=np=120\cdot\frac{1}{3}=40$$
$$V(X)=npq=120\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{80}{3}$$
$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{80}{3}}=5.16$$

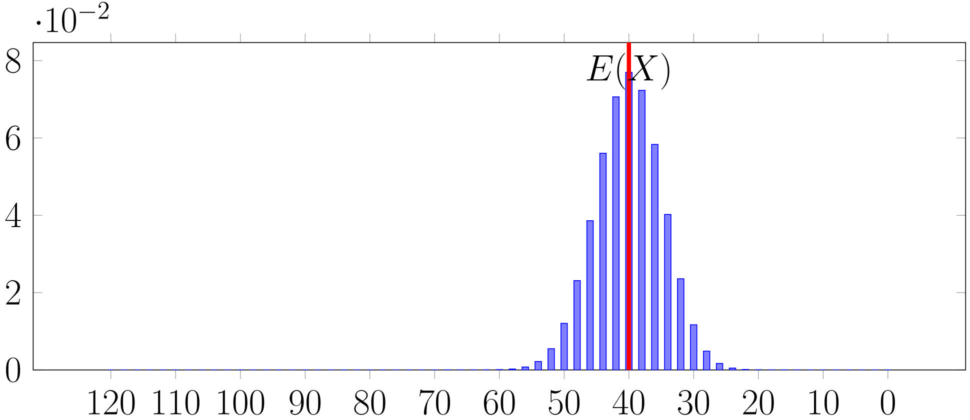
答　$E(X)=40\quad V(X)=\frac{80}{3}\quad \sigma(X)=5.16$

math-support.jp

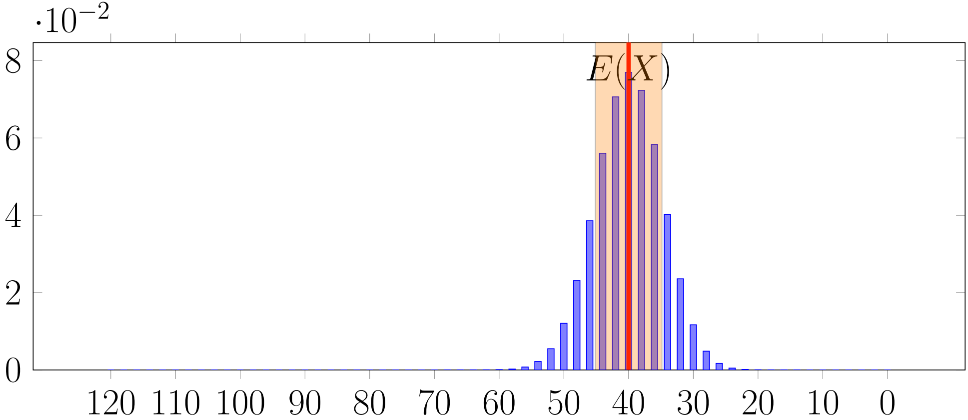
$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 40 \quad V(X) = \frac{80}{3} \quad \sigma(X) = 5.16$



$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 40 \quad V(X) = \frac{80}{3} \quad \sigma(X) = 5.16$



$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 40 \quad V(X) = \dfrac{80}{3} \quad \sigma(X) = 5.16$



math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100,\ \ p = \frac{1}{2},\ \ q = \frac{1}{2}$ であるから、

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100, \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np$$

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100, \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np = 100 \cdot \frac{1}{2}$$

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100, \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100,\quad p = \frac{1}{2},\quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$V(X) = npq$$

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=100,\quad p=\frac{1}{2},\quad q=\frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X)=np=100\cdot\frac{1}{2}=50$$

$$V(X)=npq=100\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100,\quad p = \frac{1}{2},\quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$V(X) = npq = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 25$$

math-support.jp

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n = 100, \quad p = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X) = np = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

$$V(X) = npq = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 25$$

$$\sigma(X) = 5$$

問 2　コイン 100 個を撒いたとき、表の枚数 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

$n=100,\quad p=\frac{1}{2},\quad q=\frac{1}{2}$ であるから、

$$E(X)=np=100\cdot\frac{1}{2}=50$$

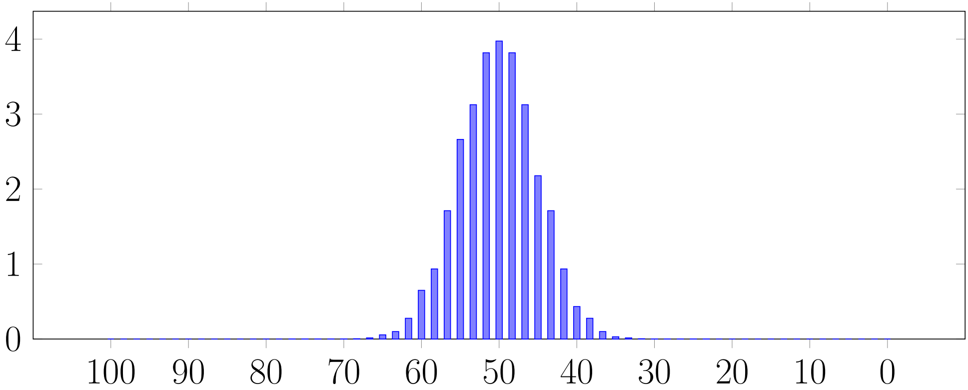
$$V(X)=npq=100\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=25$$

$$\sigma(X)=5$$

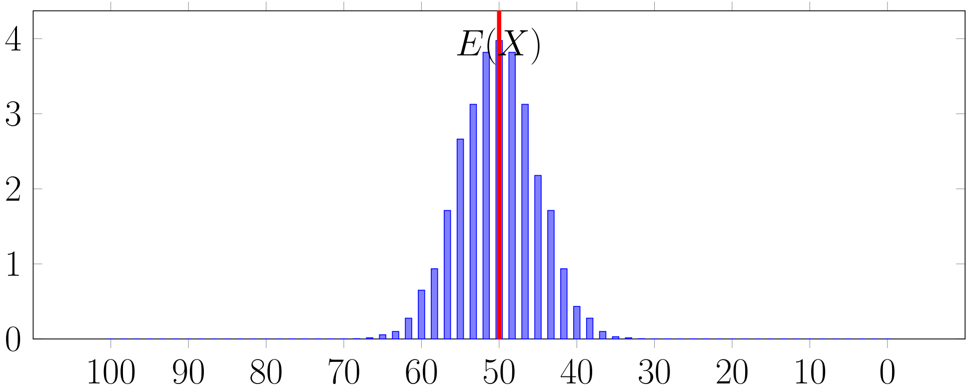
答　$E(X)=50\quad V(X)=25\quad \sigma(X)=5$

math-support.jp

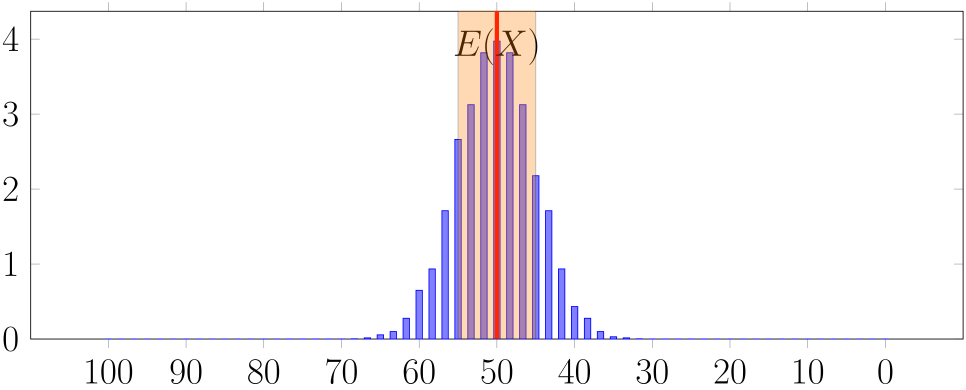
$\boxed{\text{答}}$ $E(X) = 50 \quad V(X) = 25 \quad \sigma(X) = 5$



$\boxed{答}$ $E(X) = 50 \quad V(X) = 25 \quad \sigma(X) = 5$



$\boxed{答}$ $E(X) = 50 \quad V(X) = 25 \quad \sigma(X) = 5$



今回の学習目標

二項分布の平均と分散

- 線形性を用いて計算をシンプルにする方法