

X, Y が独立のとき、

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

を証明せよ。

今回の学習目標

確率変数の和の分散

- $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ は成り立つか?

確率変数の和の平均

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$



確率変数の和の平均

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

確率変数の積の平均

X, Y が独立のとき、

$$E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$$



確率変数の和の平均

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

確率変数の積の平均

X, Y が独立のとき、

$$E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$$

確率変数の和の分散

X, Y が独立のとき、

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$



証明

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= \{E(X^2) - E(X)^2\} + \{E(Y^2) - E(Y)^2\} \\ &= V(X) + V(Y) \end{aligned}$$

復習

復習

$$(1) \quad V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \quad (2 \text{ 乗の平均} - \text{平均の} 2 \text{ 乗})$$

復習

(1) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (2乗の平均 - 平均の2乗)

(2) $Y = aX + b$ のとき、
 $E(Y) = aE(X) + b$ (確率変数の一次変換)

復習

(1) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (2乗の平均 - 平均の2乗)

(2) $Y = aX + b$ のとき、
 $E(Y) = aE(X) + b$ (確率変数の一次変換)

(3) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ (確率変数の和の平均)

復習

(1) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ (2乗の平均 - 平均の2乗)

(2) $Y = aX + b$ のとき、
 $E(Y) = aE(X) + b$ (確率変数の一次変換)

(3) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ (確率変数の和の平均)

(4) X と Y が独立のとき、
 $E(XY) = E(X)E(Y)$ (確率変数の積の平均)

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。
 $V(X + Y)$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$V(X + Y)$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \quad (2 \text{ 乗の平均} - \text{平均の} 2 \text{ 乗})$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$V(X + Y) = E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \quad (2 \text{ 乗の平均} - \text{平均の} 2 \text{ 乗})$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$V(X + Y) = E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) \end{aligned}$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) \end{aligned}$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) \quad (\text{確率変数の和の平均})$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \end{aligned}$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) \quad (\text{確率変数の和の平均})$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \end{aligned}$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \end{aligned}$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) \quad (\text{確率変数の和の平均})$$

証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \end{aligned}$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) \quad (\text{確率変数の和の平均})$$



証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \end{aligned}$$

証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \end{aligned}$$



証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \end{aligned}$$

$Y = aX + b$ のとき、

$$E(Y) = aE(X) + b \quad (\text{確率変数の一次変換})$$

$$E(2XY) = 2E(XY)$$



証明 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \end{aligned}$$

X と Y が独立のとき、
 $E(XY) = E(X)E(Y)$ (確率変数の積の平均)

証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \end{aligned}$$

X と Y が独立のとき、

$$E(XY) = E(X)E(Y) \quad (\text{確率変数の積の平均})$$

証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \end{aligned}$$



証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \end{aligned}$$

証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= \{E(X^2) - E(X)^2\} + \{E(Y^2) - E(Y)^2\} \end{aligned}$$



証明

$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ を証明せよ。

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E\{(X + Y)^2\} - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + E(2XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)^2 + 2E(X)E(Y) + E(Y)^2\} \\ &= \{E(X^2) - E(X)^2\} + \{E(Y^2) - E(Y)^2\} \\ &= V(X) + V(Y) \end{aligned}$$

確率変数の和の平均

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

確率変数の和の分散

X, Y が独立のとき、

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

- (1) 1 回
- (2) 2 回
- (3) 3 回

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

(1) 1 回

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$



例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

		
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(2) 2 回

		
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(3) 3 回

(1) 1 回

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

		
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(2) 2 回

(3) 3 回

		
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$E(X^2) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$



例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

		
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(2) 2 回

		
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(3) 3 回

(1) 1 回

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$E(X^2) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{36}$$



例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(2) 2 回

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(3) 3 回

(1) 1 回

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$E(X^2) = 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{36}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

(2) 2 回

答 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(2) 2 回

1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) = \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{5}{18}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

					
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(2) 2 回 1 回目 X_1 、2 回目 X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) = \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{5}{18}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{3}, \quad V(X) = \frac{5}{18}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

(3) 3 回

答 $E(X) = \frac{1}{6}$, $V(X) = \frac{5}{36}$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(3) 3 回

1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、

$X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、

$X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 			 ~ 
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、

$X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 			 ~ 
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

$$E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、
 $X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3)$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

		 ~ 
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、

$X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) = 3 \times \frac{5}{36} = \frac{5}{12}$$

例 1

サイコロを次の回数投げるとき、1の目が出る回数 X の平均と分散を求めよ。

(1) 1 回

(2) 2 回

(3) 3 回

		 ~ 			 ~ 
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

(1) 1 回

答

 $E(X) = \frac{1}{6}, \quad V(X) = \frac{5}{36}$

(3) 3 回 1 回目を X_1 、2 回目を X_2 、3 回目を X_3 、 $X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) = 3 \times \frac{5}{36} = \frac{5}{12}$$

答

 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{5}{12}$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでのる枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1枚 (2) 2枚 (3) 3枚

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでのる枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚



問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでのる枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚

- (1) 1 枚

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでのる枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでのる枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚 $E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$



問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

	表	裏
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚 $E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

	表	裏
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$E(X^2) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

	表	裏
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$E(X^2) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

	表	裏
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$(1) \quad 1 \text{ 枚} \quad E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad E(X^2) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏
X	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

	表	裏
X^2	1	0
$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚 $E(X) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $E(X^2) = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

答 $E(X) = \frac{1}{2} , \quad V(X) = \frac{1}{4}$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

答

 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚

答	$E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$
---	--

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

答

 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

(2) 2 枚

1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

答

 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

- (2) 2 枚

1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

(2) 2 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

(2) 2 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

(2) 2 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

(1) 1 枚

(2) 2 枚

(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

(2) 2 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (2) 2 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 とすると、

$X = X_1 + X_2$ X_1 と X_2 は独立。

$$E(X) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$V(X) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = 1, \quad V(X) = \frac{1}{2}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

答

 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
- (2) 2 枚
- (3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚
- (3) 3 枚

答	$E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$
---	--

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚
(3) 3 枚

答 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

答 $E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$X = X_1 + X_2 + X_3$ それぞれ独立。

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{それぞれ独立。}$$

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{それぞれ独立。}$$

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{それぞれ独立。}$$

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3)$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{それぞれ独立。}$$

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

問 1

硬貨を次の枚数投げるとき、表のでの枚数の期待値と分散を求めよ。

- (1) 1 枚
(2) 2 枚
(3) 3 枚

	表	裏		表	裏
X	1	0	X^2	1	0
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$P(X^2)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

- (1) 1 枚

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{4}$$

- (3) 3 枚 1 枚目を X_1 、2 枚目を X_2 、3 枚目を X_3 、

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{それぞれ独立。}$$

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad E(X) = \frac{3}{2}, \quad V(X) = \frac{3}{4}$$

今回の学習目標

確率変数の和の分散

- $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ は成り立つか?