X の平均は m、標準偏差は s である。

$$Z = 50 + \frac{10(X - m)}{s}$$

と変換した。Z の平均と標準偏差を求めよ。

今回の学習目標

確率変数を一次変換したとき、
分散と標準偏差はどうなるか？

- 数学的根拠を示す。

math-support.jp

確率変数 X の平均・分散

平均：$E(X) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} x_k p_k$

分散：$V(X) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \{x_k - E(X)\}^2 p_k$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定
数として、

$$Y = aX + b$$

と一次変換されたとき、
Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

と一次変換されたとき、Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

と一次変換されたとき、
Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

$$V(Y) = \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k$$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$V(Y) = \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k$$

$$Y = aX + b$$

$$\rightarrow \quad y_k = ax_k + b$$

と一次変換されたとき、
Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

$$\rightarrow \quad y_k = ax_k + b$$

と一次変換されたとき、Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

$$V(Y) = \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \{(ax_k + b) - (aE(X) + b)\}^2 p_k$$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

$$\rightarrow \quad y_k = ax_k + b$$

と一次変換されたとき、Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

$$\begin{aligned} V(Y) &= \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{(ax_k + b) - (aE(X) + b)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{ax_k - aE(X)\}^2 p_k \end{aligned}$$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

$$\rightarrow \quad y_k = ax_k + b$$

と一次変換されたとき、Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

$$\begin{aligned} V(Y) &= \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{(ax_k + b) - (aE(X) + b)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{ax_k - aE(X)\}^2 p_k \\ &= a^2 \sum_{k=1}^{n} (x_k - E(X))^2 p_k \end{aligned}$$

math-support.jp

確率変数 X が、a, b を定数として、

$$Y = aX + b$$

$$\rightarrow \quad y_k = ax_k + b$$

と一次変換されたとき、Y の平均は

$$E(Y) = aE(X) + b$$

分散 $V(Y)$ はどのようになるだろうか？

$$\begin{aligned} V(Y) &= \sum_{k=1}^{n} \{y_k - E(Y)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{(ax_k + b) - (aE(X) + b)\}^2 p_k \\ &= \sum_{k=1}^{n} \{ax_k - aE(X)\}^2 p_k \\ &= a^2 \sum_{k=1}^{n} (x_k - E(X))^2 p_k \\ &= a^2 V(X) \end{aligned}$$

math-support.jp

一次変換と平均・分散・標準偏差

$Y = aX + b$ と一次変換すると、

$$E(Y) = aE(X) + b$$

$$V(Y) = a^2 V(X)$$

math-support.jp

一次変換と平均・分散・標準偏差

$Y = aX + b$ と一次変換すると、

$$E(Y) = aE(X) + b$$

$$V(Y) = a^2V(X)$$

$$\sigma(Y) = |a|\sigma(X)$$

math-support.jp

$\boxed{\text{例 1}}$ 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$E(Y) = 6E(X) + 2$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \end{aligned}$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned}$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned} \qquad V(Y) = 6^2 V(X)$$

math-support.jp

例 1　1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} V(Y) &= 6^2 V(X) \\ &= 36 \cdot \frac{35}{12} \end{aligned}$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} V(Y) &= 6^2 V(X) \\ &= 36 \cdot \frac{35}{12} \\ &= 105 \end{aligned}$$

math-support.jp

例 1 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= 6^2 V(X) \\ &= 36 \cdot \frac{35}{12} \\ &= 105 \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{105}$$

math-support.jp

$\boxed{\text{例 1}}$ 1 個のサイコロの出る目の数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{7}{2}, \qquad V(X) = \frac{35}{12}$$

この確率変数 X を $Y = 6X + 2$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6E(X) + 2 \\ &= 6 \cdot \frac{7}{2} + 2 \\ &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= 6^2 V(X) \\ &= 36 \cdot \frac{35}{12} \\ &= 105 \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{105}$$

$\boxed{\text{答}}$ $E(Y) = 23, \quad V(Y) = 105, \quad \sigma(Y) = \sqrt{105}$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　3 枚の硬貨を投げたとき、表の出る枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

math-support.jp

問 1 硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、$E(Y)$, $V(Y)$, $\sigma(Y)$ の値を求めよ。

問 1　硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$E(Y) = -10E(X) + 3$$

math-support.jp

問 1　硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1 硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y)$, $V(Y)$, $\sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1　硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$V(Y) = (-10)^2 V(X)$$

math-support.jp

問 1 硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= (-10)^2 V(X) \\ &= 100 \cdot \frac{3}{4} \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1　硬貨 3 枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= (-10)^2 V(X) \\ &= 100 \cdot \frac{3}{4} \\ &= 75 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1 硬貨３枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \frac{3}{2}, \qquad V(X) = \frac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y)$, $V(Y)$, $\sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= (-10)^2 V(X) \\ &= 100 \cdot \frac{3}{4} \\ &= 75 \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

math-support.jp

問 1　硬貨３枚を投げたとき、表の枚数 X の平均と分散は、

$$E(X) = \tfrac{3}{2}, \qquad V(X) = \tfrac{3}{4}$$

この確率変数 X を $Y = -10X + 3$ と変換したとき、
$E(Y), V(Y), \sigma(Y)$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} E(Y) &= -10E(X) + 3 \\ &= -10 \cdot \frac{3}{2} + 3 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= (-10)^2 V(X) \\ &= 100 \cdot \frac{3}{4} \\ &= 75 \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

答　$E(Y) = -12, \quad V(Y) = 75, \quad \sigma(Y) = 5\sqrt{3}$

math-support.jp

例 2　確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X-m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

例 2　確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X - m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

math-support.jp

例 2　確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X-m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{1}{s}X - \dfrac{m}{s}$ と見る。

例 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$$Z = \frac{X-m}{s}$$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \frac{1}{s}X - \frac{m}{s}$ と見る。

$$E(Z) = \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s}$$

math-support.jp

例 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z=\dfrac{X-m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X)=m, \quad \sigma(X)=s$ である。

変換式を $Z=\dfrac{1}{s}X-\dfrac{m}{s}$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{1}{s}E(X)-\frac{m}{s} \\ &= \frac{m}{s}-\frac{m}{s} \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$$Z = \frac{X - m}{s}$$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \frac{1}{s}X - \frac{m}{s}$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s} \\ &= \frac{m}{s} - \frac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2　確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X-m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{1}{s}X - \dfrac{m}{s}$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s} \\ &= \frac{m}{s} - \frac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\sigma(Z) = \left|\frac{1}{s}\right|\sigma(X)$$

math-support.jp

例 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$$Z = \frac{X-m}{s}$$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \frac{1}{s}X - \frac{m}{s}$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s} \\ &= \frac{m}{s} - \frac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma(Z) &= \left|\frac{1}{s}\right| \sigma(X) \\ &= \left|\frac{1}{s}\right| s \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X-m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{1}{s}X - \dfrac{m}{s}$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s} \\ &= \frac{m}{s} - \frac{m}{s} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma(Z) &= \left|\frac{1}{s}\right| \sigma(X) \\ &= \left|\frac{1}{s}\right| s \\ &= 1 \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2　確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = \dfrac{X - m}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差を求めよ。

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{1}{s}X - \dfrac{m}{s}$ と見る。

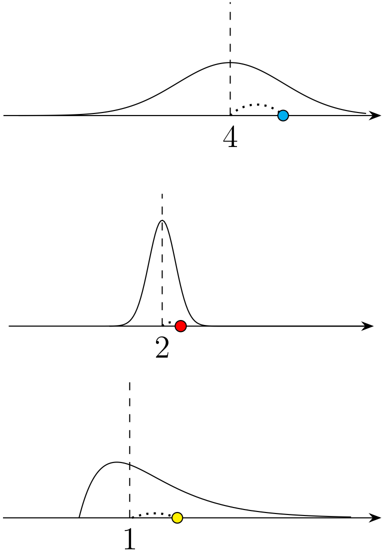
$$E(Z) = \frac{1}{s}E(X) - \frac{m}{s} = \frac{m}{s} - \frac{m}{s} = 0$$

$$\sigma(Z) = \left|\frac{1}{s}\right|\sigma(X) = \left|\frac{1}{s}\right| s = 1$$

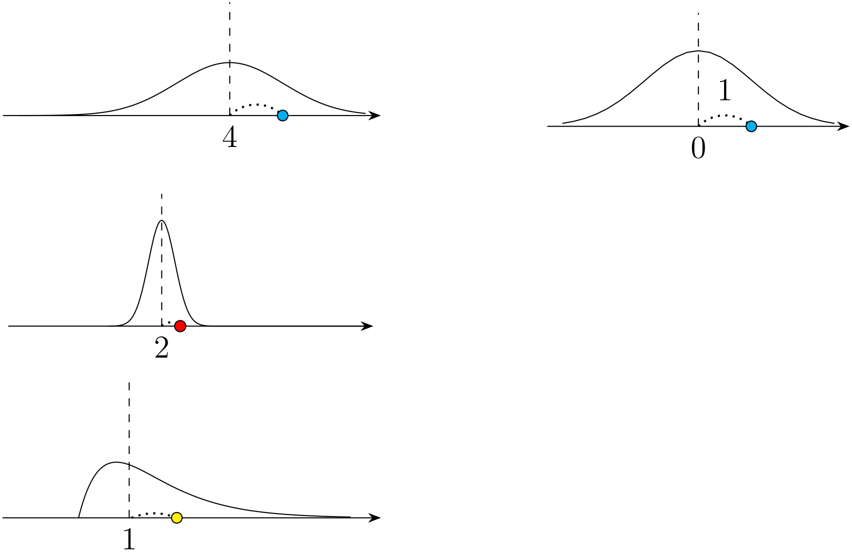
答　$E(Z) = 0, \quad \sigma(Z) = 1$

math-support.jp

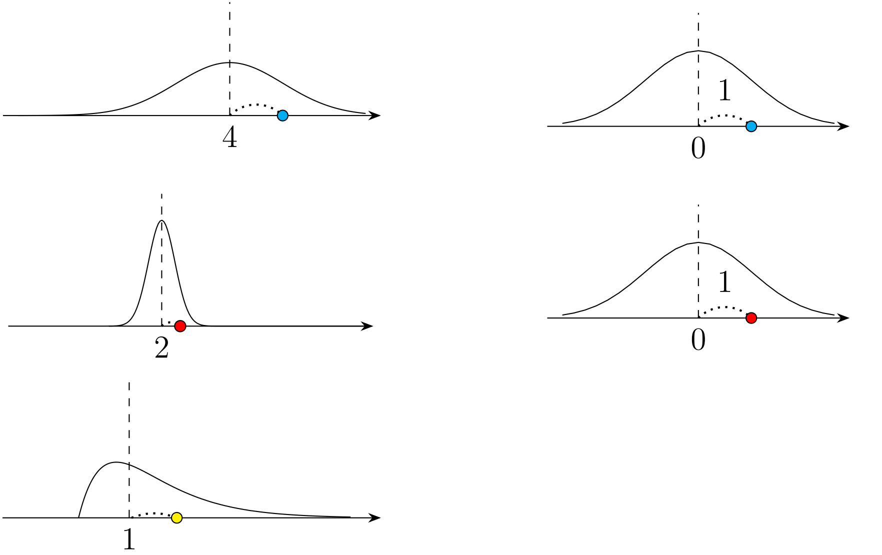
標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



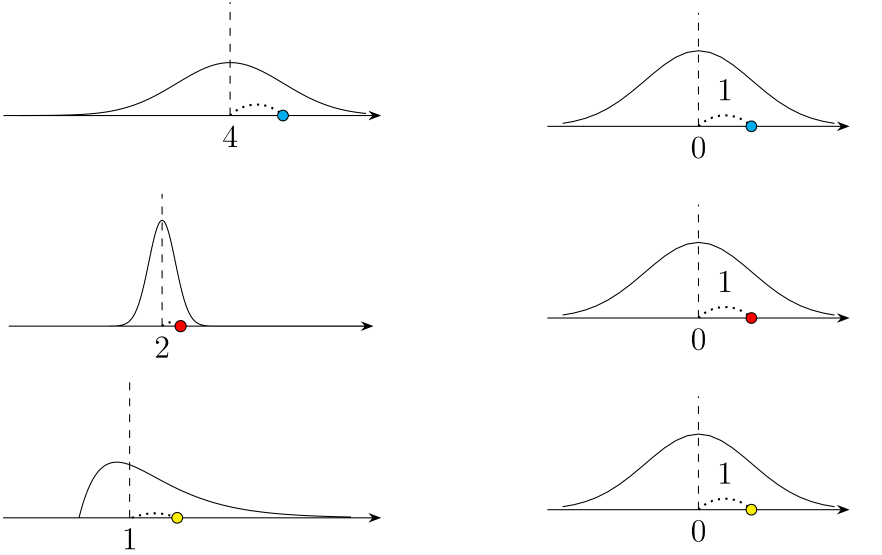
標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$$Z = 50 + \frac{10(X - m)}{s}$$ と変換したとき、

Z の平均と標準偏差を求めよ。

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z=50+\dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X)=m,\quad \sigma(X)=s$ である。

変換式を $Z=\dfrac{10}{s}X+\left(50-\dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。

$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$E(Z) = \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s}$$

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s} \\ &= \frac{10m}{s} + 50 - \frac{10m}{s} \end{aligned}$$

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z=50+\dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X)=m, \quad \sigma(X)=s$ である。

変換式を $Z=\dfrac{10}{s}X+\left(50-\dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{10}{s}E(X)+50-\frac{10m}{s} \\ &= \frac{10m}{s}+50-\frac{10m}{s} \\ &= 50 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s} \\ &= \frac{10m}{s} + 50 - \frac{10m}{s} \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\sigma(Z) = \left|\frac{10}{s}\right|\sigma(X)$$

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$
\begin{aligned}
E(Z) &= \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s} \\
&= \frac{10m}{s} + 50 - \frac{10m}{s} \\
&= 50
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sigma(Z) &= \left|\frac{10}{s}\right|\sigma(X) \\
&= \left|\frac{10}{s}\right| s
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

$$
\begin{aligned}
E(Z) &= \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s} \\
&= \frac{10m}{s} + 50 - \frac{10m}{s} \\
&= 50
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sigma(Z) &= \left|\frac{10}{s}\right|\sigma(X) \\
&= \left|\frac{10}{s}\right|s \\
&= 10
\end{aligned}
$$

問 2 確率変数 X の平均は m、標準偏差は s である。
$Z = 50 + \dfrac{10(X-m)}{s}$ と変換したとき、Z の平均と標準偏差

題意より、$E(X) = m, \quad \sigma(X) = s$ である。

変換式を $Z = \dfrac{10}{s}X + \left(50 - \dfrac{10m}{s}\right)$ と見る。

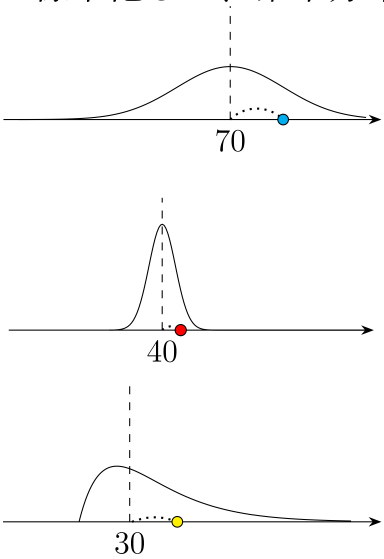
$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{10}{s}E(X) + 50 - \frac{10m}{s} \\ &= \frac{10m}{s} + 50 - \frac{10m}{s} \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma(Z) &= \left|\frac{10}{s}\right|\sigma(X) \\ &= \left|\frac{10}{s}\right| s \\ &= 10 \end{aligned}$$

答 $E(Z) = 50, \quad \sigma(Z) = 10$

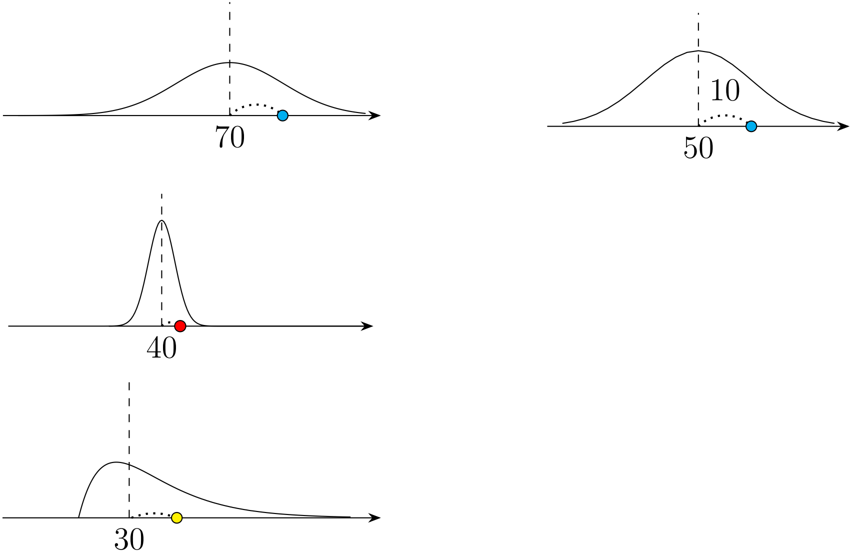
math-support.jp

標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



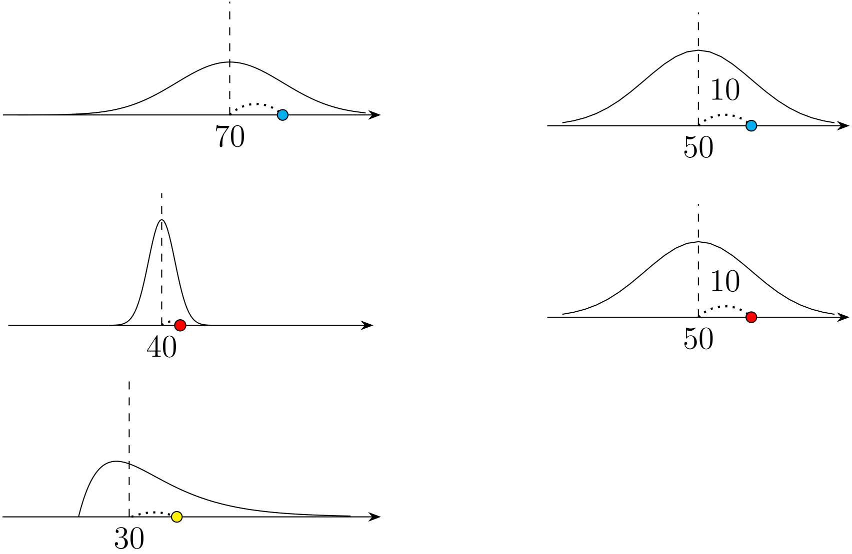
math-support.jp

標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る

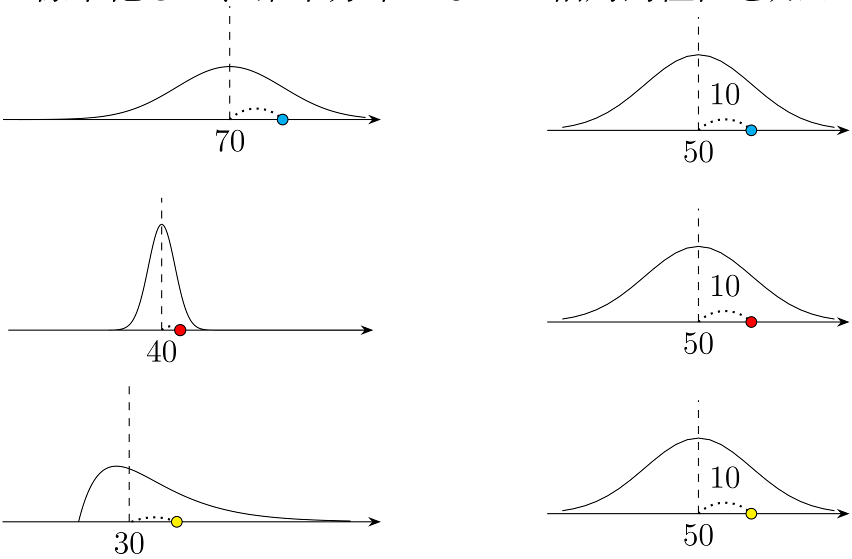


math-support.jp

標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



標準化して、確率分布のなかの相対的位置を知る



math-support.jp

今回の学習目標

確率変数を一次変換したとき、
分散と標準偏差はどうなるか？

- 数学的根拠を示す。

math-support.jp