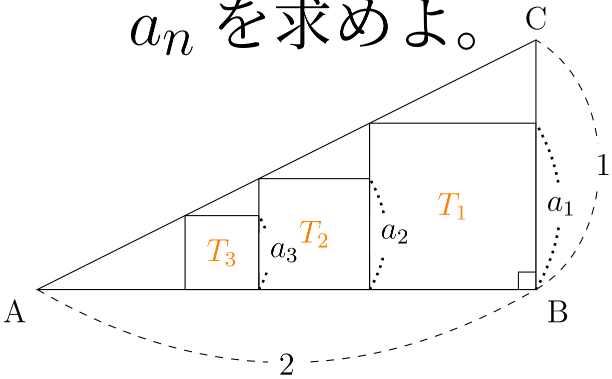
漸化式の図形への応用 (2)

a_n を求めよ。



math-support.jp

今回の学習目標

漸化式をつくる

- 図形的な規則性を数式の規則性に変換する。

math-support.jp

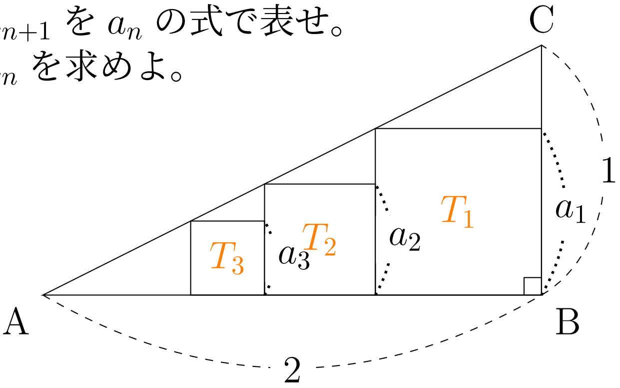
例 1

$AB = 2,\ BC = 1,\ \angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC に内接する正方形を図のように次々に頂点 A の方向に次々と作る。正方形を順に $T_1, T_2, T_3, \cdots$ とする。T_n の正方形の一辺の長さを a_n とするとき、次の問いに答えよ。

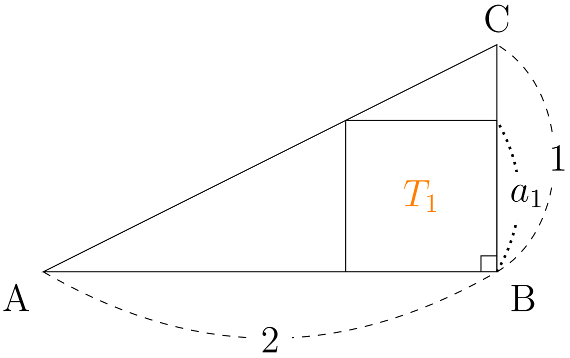
(1) a_1 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n の式で表せ。

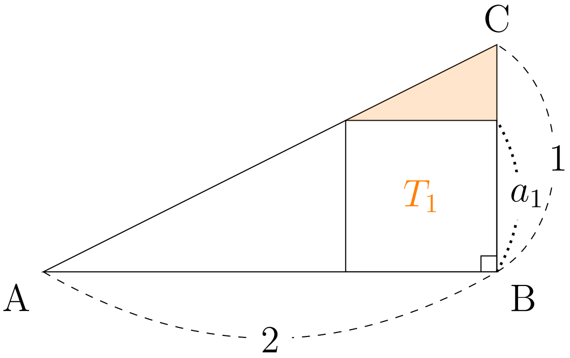
(3) a_n を求めよ。



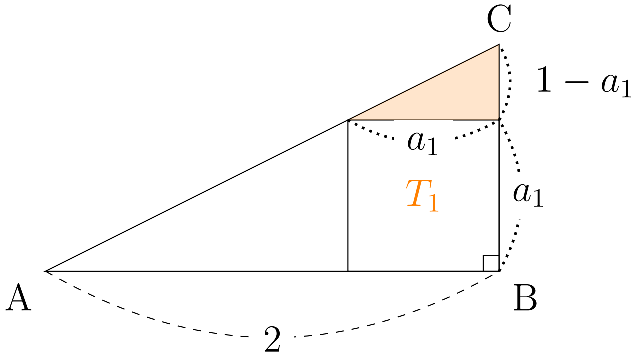
(1) a_1 を求めよ。



(1)　a_1 を求めよ。

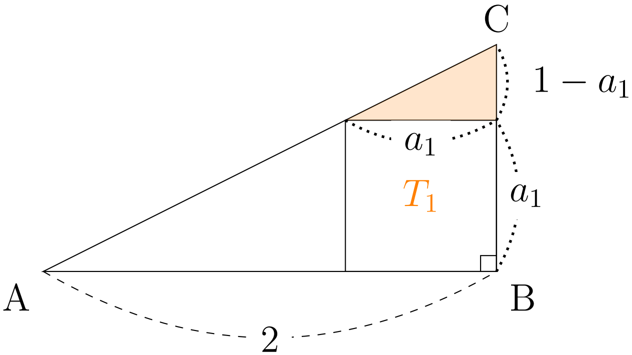


(1)　a_1 を求めよ。



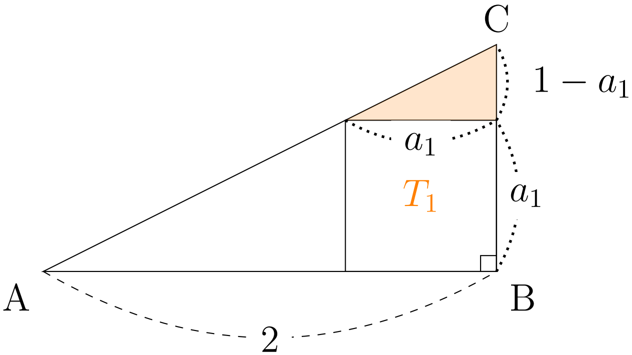
math-support.jp

(1)　a_1 を求めよ。



$$a_1 : (1-a_1) = 2 : 1$$

(1)　a_1 を求めよ。

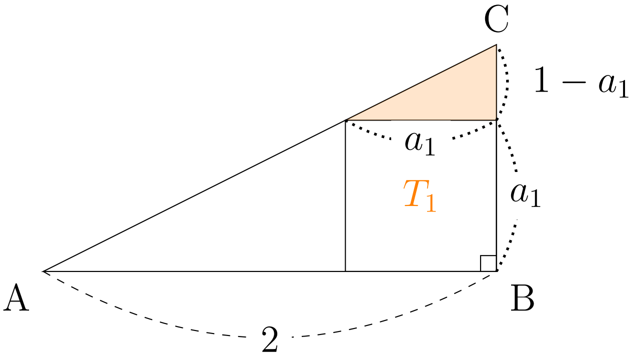


$$a_1 : (1 - a_1) = 2 : 1$$

$$a_1 = 2 - 2a_1$$

math-support.jp

(1)　a_1 を求めよ。



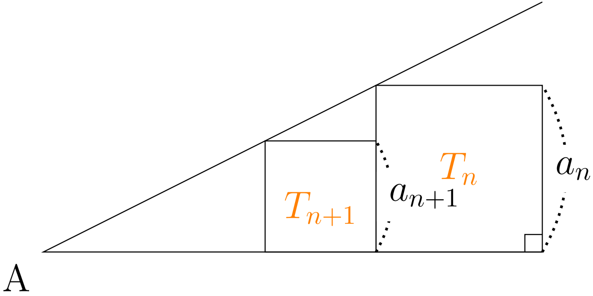
$$a_1 : (1-a_1) = 2 : 1$$

$$a_1 = 2 - 2a_1$$

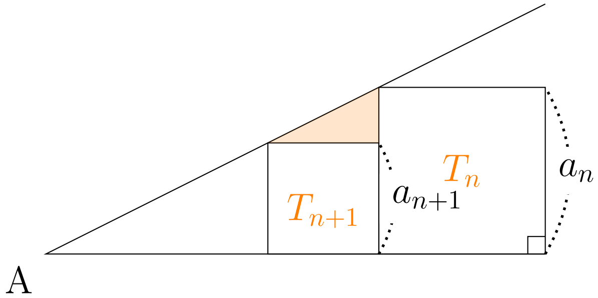
$\boxed{答}$　$a_1 = \dfrac{2}{3}$

math-support.jp

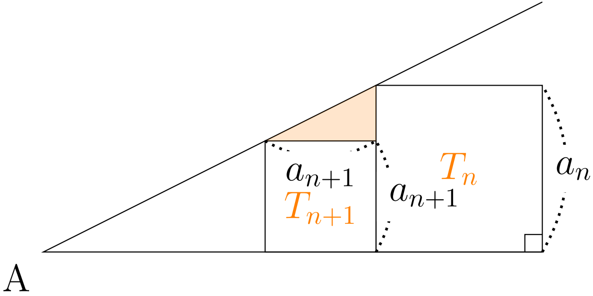
(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。

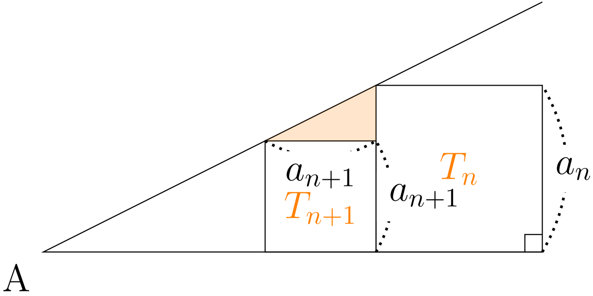


(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



math-support.jp

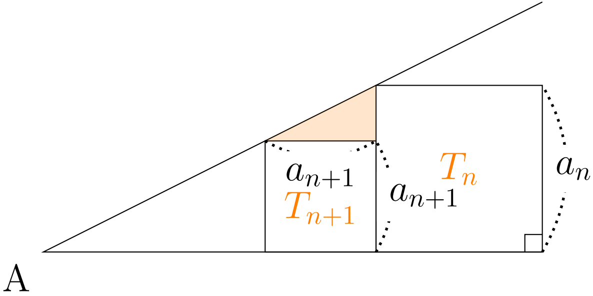
(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 2 : 1$$

math-support.jp

(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。

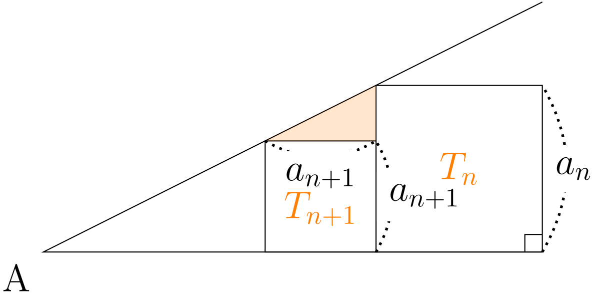


$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 2 : 1$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2a_{n+1}$$

math-support.jp

(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 2 : 1$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2a_{n+1}$$

答　$a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$

(3)　a_n を求めよ。

$$a_1 = \frac{2}{3}, \qquad a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$$

math-support.jp

(3) a_n を求めよ。

$$a_1 = \frac{2}{3}, \qquad a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$$

初項 $\frac{2}{3}$、公比 $\frac{2}{3}$ の等比数列であるので、

math-support.jp

(3)　a_n を求めよ。

$$a_1 = \frac{2}{3}, \qquad a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$$

初項 $\frac{2}{3}$、公比 $\frac{2}{3}$ の等比数列であるので、

答　$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

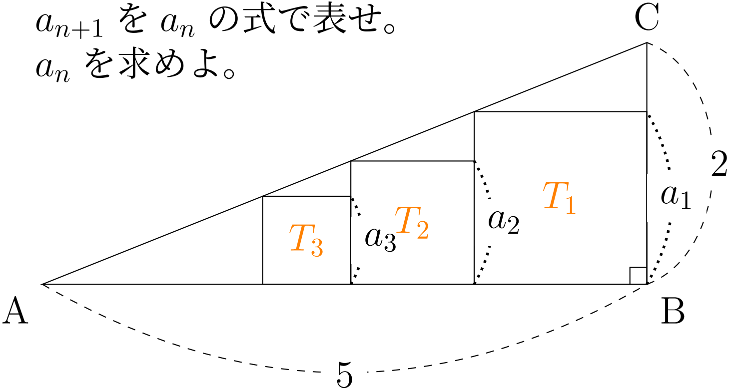
math-support.jp

問 1 $AB=5,\ BC=2,\ \angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC に内接する正方形を図のように次々に頂点 A の方向に次々と作る。正方形を順に $T_1, T_2, T_3, \cdots$ とする。T_n の正方形の一辺の長さを a_n とするとき、次の問いに答えよ。

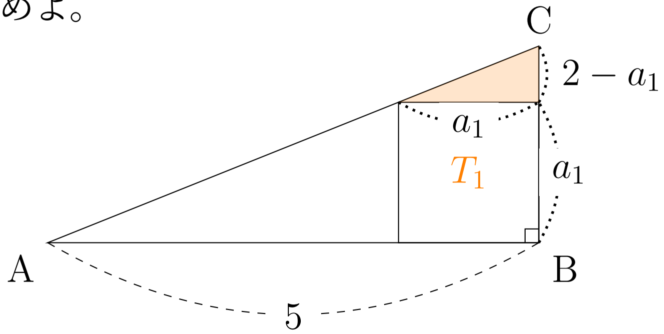
(1) a_1 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n の式で表せ。

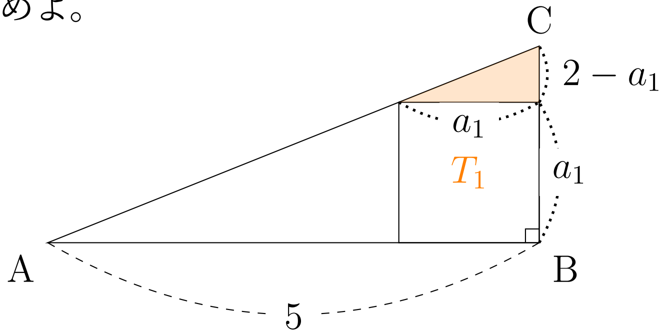
(3) a_n を求めよ。



(1)　a_1 を求めよ。

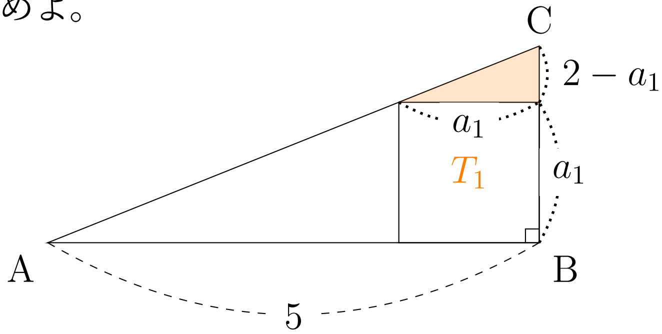


(1)　a_1 を求めよ。



$$a_1 : (2-a_1) = 5 : 2$$

(1)　a_1 を求めよ。

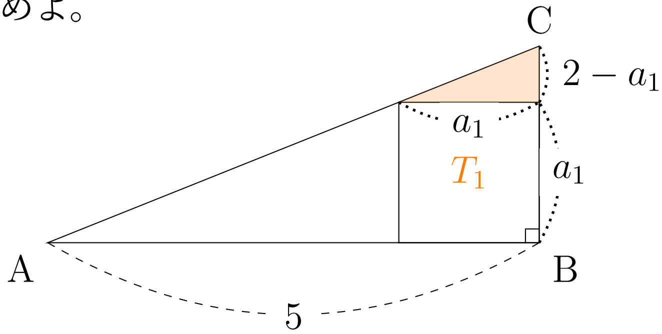


$$a_1 : (2-a_1) = 5 : 2$$

$$2a_1 = 10 - 5a_1$$

math-support.jp

(1) a_1 を求めよ。



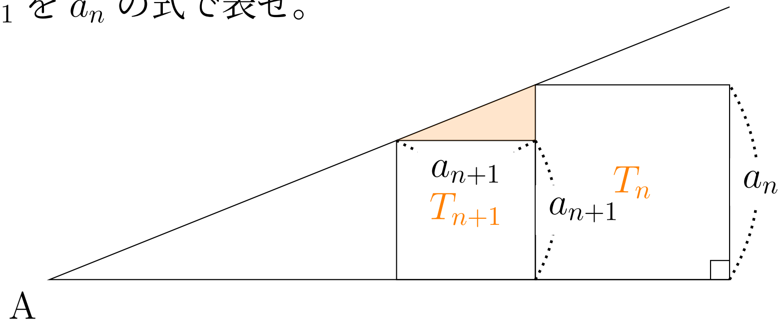
$$a_1 : (2-a_1) = 5 : 2$$

$$2a_1 = 10 - 5a_1$$

答 $a_1 = \dfrac{10}{7}$

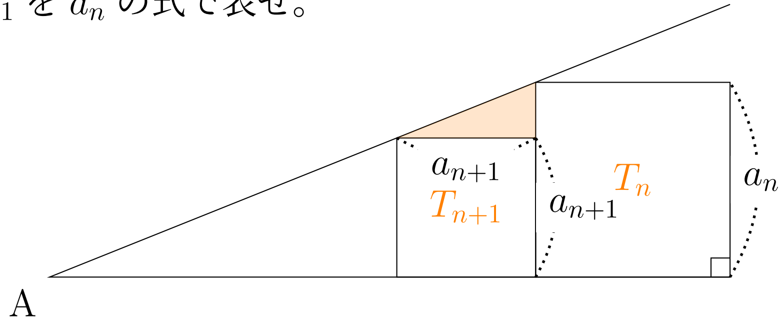
math-support.jp

(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



math-support.jp

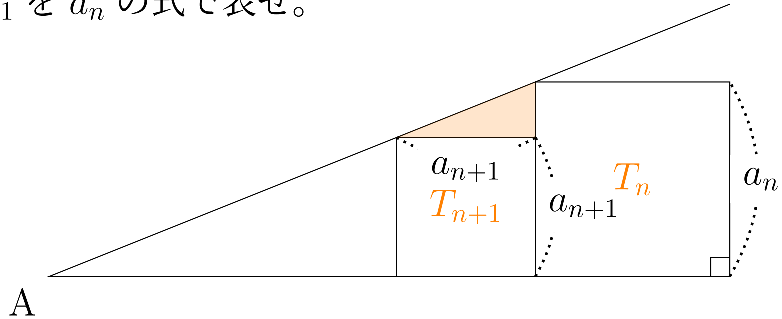
(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 5 : 2$$

math-support.jp

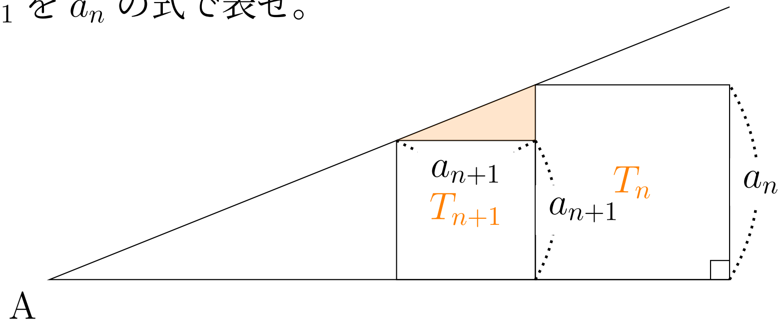
(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 5 : 2$$

$$2a_{n+1} = 5a_n - 5a_{n+1}$$

(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。



$$a_{n+1} : (a_n - a_{n+1}) = 5 : 2$$

$$2a_{n+1} = 5a_n - 5a_{n+1}$$

答　$a_{n+1} = \dfrac{5}{7}a_n$

math-support.jp

(3) a_n を求めよ。

$$a_{n+1} = \frac{5}{7}a_n$$

math-support.jp

(3) a_n を求めよ。

$$a_{n+1} = \frac{5}{7}a_n$$

初項 $\frac{10}{7}$、公比 $\frac{5}{7}$ の等比数列であるから、

math-support.jp

(3) a_n を求めよ。

$$a_{n+1} = \frac{5}{7}a_n$$

初項 $\dfrac{10}{7}$、公比 $\dfrac{5}{7}$ の等比数列であるから、

$$a_n = \frac{10}{7} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{n-1}$$

(3)　a_n を求めよ。

$$a_{n+1} = \frac{5}{7}a_n$$

初項 $\dfrac{10}{7}$、公比 $\dfrac{5}{7}$ の等比数列であるから、

$$a_n = \frac{10}{7} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{n-1}$$

$\boxed{答}$　$a_n = 2 \cdot \left(\dfrac{5}{7}\right)^n$

math-support.jp

今回の学習目標

漸化式をつくる

- 図形的な規則性を数式の規則性に変換する。

math-support.jp