一般型漸化式

次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$$

math-support.jp

一般型漸化式

次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 3a_n - 2$$

math-support.jp

一般型漸化式

次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 3a_n - 2$$

math-support.jp

一般型漸化式

次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$$

math-support.jp

一般型漸化式

次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$$

今回の学習目標

一般型 $a_{n+1} = pa_n + q$ の漸化式
から一般項を求める。

- 特性方程式を作る。
- 等比数列 b_n へ置き換える。

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2,$$

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4,$$

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_3 = 10,$$

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_3 = 10, \quad a_4 = 28,$$

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_3 = 10, \quad a_4 = 28, \quad a_5 = 82, \cdots$$

math-support.jp

一般型 $\mathbf{a_{n+1} = p\,a_n + q}$ の形の漸化式

$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3a_n - 2$ の漸化式で与えられる数列の一般項はどのようなものだろうか？

$$a_1 = 2, \quad a_2 = 4, \quad a_3 = 10, \quad a_4 = 28, \quad a_5 = 82, \cdots$$

この数列には、どのような規則があるだろうか？

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

a_n	2	4	10	28	82

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

a_n	2	4	10	28	82
	$\downarrow$				
	1				

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

$$\begin{array}{cccccc} a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\ & \downarrow & \downarrow & & & \\ & 1 & 3 & & & \end{array}$$

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

$$
\begin{array}{cccccc}
a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\
 & 1 & 3 & 9 & &
\end{array}
$$

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

$$\begin{array}{cccccc} a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ & 1 & 3 & 9 & 27 & \end{array}$$

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、

$$
\begin{array}{cccccc}
a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & 1 & 3 & 9 & 27 & 81
\end{array}
$$

各項をマイナス１した数列は、

a_n	2	4	10	28	82
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
b_n	1	3	9	27	81

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

$$\begin{array}{cccccc} a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ b_n & 1 & 3 & 9 & 27 & 81 \end{array}$$

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

$$
\begin{array}{cccccc}
a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
b_n & 1 & 3 & 9 & 27 & 81
\end{array}
$$

だから、$b_n = a_n - 1$ という数列を考えれば、

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

$$
\begin{array}{cccccc}
a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
b_n & 1 & 3 & 9 & 27 & 81
\end{array}
$$

だから、$b_n = a_n - 1$ という数列を考えれば、この $\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

$$\begin{array}{cccccc} a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ b_n & 1 & 3 & 9 & 27 & 81 \end{array}$$

だから、$b_n = a_n - 1$ という数列を考えれば、この $\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、

$$b_n = 3^{n-1}$$

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

a_n	2	4	10	28	82
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
b_n	1	3	9	27	81

だから、$b_n = a_n - 1$ という数列を考えれば、この $\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、

$$b_n = 3^{n-1}$$

$\{b_n\}$ から、$\{a_n\}$ を決定することができる。

math-support.jp

各項をマイナス１した数列は、等比数列になっている。

$$
\begin{array}{cccccc}
a_n & 2 & 4 & 10 & 28 & 82 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
b_n & 1 & 3 & 9 & 27 & 81
\end{array}
$$

だから、$b_n = a_n - 1$ という数列を考えれば、この $\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、

$$b_n = 3^{n-1} \quad \to \quad a_n = 3^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ から、$\{a_n\}$ を決定することができる。

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\
-) & c & = & 3c \ \ - 2 \\
\hline
\end{array}
$$

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\
-) & c & = & 3c \ \ - 2 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \qquad \cdots (A)
\end{array}
$$

math-support.jp

例 1 $a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式 $c = 3c - 2$ を作る。

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\
-) & c & = & 3c - 2 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \qquad \cdots (A)
\end{array}
$$

特性方程式 $c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\
-) & c & = & 3c \quad - 2 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \qquad \cdots (A)
\end{array}
$$

特性方程式　$c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$
\begin{array}{rrl}
 & a_{n+1} &= 3a_n - 2 \\
-) & c &= 3c - 2 \\
\hline
 & a_{n+1} - c &= 3(a_n - c) \qquad \cdots (A)
\end{array}
$$

特性方程式　$c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

ここで $b_n = a_n - 1$ と置き換えると

math-support.jp

$\boxed{例 1}$ $a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式 $c = 3c - 2$ を作る。

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\ -) & c & = & 3c \ \ - 2 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \qquad \cdots (A) \end{array}$$

特性方程式 $c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

ここで $b_n = a_n - 1$ と置き換えると

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = 3b_n$$

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\ -) & c & = & 3c - 2 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \qquad \cdots (A) \end{array}$$

特性方程式　$c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

ここで $b_n = a_n - 1$ と置き換えると

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = 3b_n$$

$\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\ -) & c & = & 3c \ \ - 2 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \quad \cdots (A) \end{array}$$

特性方程式　$c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

ここで $b_n = a_n - 1$ と置き換えると

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = 3b_n$$

$\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、　　$b_n = 3^{n-1}$

math-support.jp

例 1　$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 2$ の数列の一般項を求めよ。

特性方程式　$c = 3c - 2$ を作る。

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 3a_n - 2 \\ -) & c & = & 3c - 2 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 3(a_n - c) \quad \cdots (A) \end{array}$$

特性方程式　$c = 3c - 2$ を解くと、$c = 1$。これを (A) へ

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

ここで $b_n = a_n - 1$ と置き換えると

$$b_1 = 1, \qquad b_{n+1} = 3b_n$$

$\{b_n\}$ は初項 1、公比 3 の等比数列であるから、　$b_n = 3^{n-1}$

$\boxed{答}$　$\underline{a_n = 3^{n-1} + 1}$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$

(2)　$a_1 = 7,\ \ 2a_{n+1} = a_n + 4$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6,\ 9,\ 15,\ 27,\ 51, \cdots$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6,\ 9,\ 15,\ 27,\ 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6,\ 9,\ 15,\ 27,\ 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$
\begin{array}{rrl}
 & a_{n+1} &= 2a_n - 3 \\
-) & c &= 2c \quad - 3 \\
\hline
 & a_{n+1} - c &= 2(a_n - c)
\end{array}
$$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6,\ 9,\ 15,\ 27,\ 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 2a_n - 3 \\
-) & c & = & 2c \quad - 3 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 2(a_n - c)
\end{array}
$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6, 9, 15, 27, 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$\begin{array}{rrl} & a_{n+1} = & 2a_n - 3 \\ -) & c = & 2c - 3 \\ \hline & a_{n+1} - c = & 2(a_n - c) \end{array}$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、6, 9, 15, 27, 51, $\cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 2a_n - 3 \\
-) & c & = & 2c \quad - 3 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 2(a_n - c)
\end{array}
$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

$$b_1 = 3,$$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、6, 9, 15, 27, 51, $\cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} &=& 2a_n - 3 \\ -) & c &=& 2c \quad - 3 \\ \hline & a_{n+1} - c &=& 2(a_n - c) \end{array}$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

math-support.jp

問 1 次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$ この数列は、6, 9, 15, 27, 51, $\cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$
\begin{array}{rrcl}
 & a_{n+1} & = & 2a_n - 3 \\
-) & c & = & 2c \quad - 3 \\
\hline
 & a_{n+1} - c & = & 2(a_n - c)
\end{array}
$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

初項 3, 公比 2 の等比数列であるから、

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6,\ 9,\ 15,\ 27,\ 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 2a_n - 3 \\ -) & c & = & 2c - 3 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 2(a_n - c) \end{array}$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

初項 3, 公比 2 の等比数列であるから、$b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

math-support.jp

問 1　次の漸化式で与えられた数列の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 6,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$　　この数列は、$6, 9, 15, 27, 51, \cdots$

特性方程式 $c = 2c - 3$ を作る。$c = 3$

$$\begin{array}{rrcl} & a_{n+1} & = & 2a_n - 3 \\ -) & c & = & 2c - 3 \\ \hline & a_{n+1} - c & = & 2(a_n - c) \end{array}$$

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

ここで $b_n = a_n - 3$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

初項 3, 公比 2 の等比数列であるから、$b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

$\boxed{答}$　$a_n = 3 \cdot 2^{n-1} + 3$

math-support.jp

(2) $a_1 = 7, \quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

(2) $a_1 = 7, \quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

math-support.jp

(2) $a_1 = 7,\quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$\begin{array}{rr} & 2a_{n+1} = a_n + 4 \\ -) & 2c = c + 4 \\ \hline & 2(a_{n+1} - c) = a_n - c \end{array}$$

math-support.jp

(2) $a_1 = 7, \quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$
\begin{array}{rr}
 & 2a_{n+1} = a_n + 4 \\
-) & 2c = c \ \ + 4 \\
\hline
 & 2(a_{n+1} - c) = a_n - c
\end{array}
$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

math-support.jp

(2) $a_1 = 7,\quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$\begin{array}{rr} & 2a_{n+1} = a_n + 4 \\ -) & 2c = c \ \ + 4 \\ \hline & 2(a_{n+1} - c) = a_n - c \end{array}$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

math-support.jp

(2) $a_1 = 7, \quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$
\begin{array}{rr}
 & 2a_{n+1} = a_n + 4 \\
-) & 2c = c \phantom{{}_n} + 4 \\
\hline
 & 2(a_{n+1} - c) = a_n - c
\end{array}
$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad 2b_{n+1} = b_n$$

math-support.jp

(2)　$a_1 = 7,\quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$
\begin{array}{rrl}
 & 2a_{n+1} &= a_n + 4 \\
-) & 2c &= c \;\; + 4 \\
\hline
 & 2(a_{n+1} - c) &= a_n - c
\end{array}
$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

$$b_1 = 3,\quad 2b_{n+1} = b_n \qquad \rightarrow \qquad b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$$

math-support.jp

(2)　$a_1 = 7,\quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$
\begin{array}{rrl}
 & 2a_{n+1} &= a_n + 4 \\
-) & 2c &= c \quad + 4 \\
\hline
 & 2(a_{n+1} - c) &= a_n - c
\end{array}
$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

$$b_1 = 3,\quad 2b_{n+1} = b_n \qquad \to \qquad b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$$

b_n は初項 3、公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列だから、

math-support.jp

(2) $a_1 = 7,\quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 2a_{n+1} & = & a_n + 4 \\
-) & 2c & = & c \quad + 4 \\
\hline
 & 2(a_{n+1} - c) & = & a_n - c
\end{array}
$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

$$b_1 = 3,\quad 2b_{n+1} = b_n \quad \rightarrow \quad b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$$

b_n は初項 3、公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列だから、$b_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

math-support.jp

(2) $a_1 = 7, \quad 2a_{n+1} = a_n + 4$

特性方程式 $2c = c + 4$ を作る。 $c = 4$

$$\begin{array}{rrcl} & 2a_{n+1} & = & a_n + 4 \\ -) & 2c & = & c \;\; + 4 \\ \hline & 2(a_{n+1} - c) & = & a_n - c \end{array}$$

$$2(a_{n+1} - 4) = a_n - 4$$

ここで、$b_n = a_n - 4$ と置き換えると、

$$b_1 = 3, \quad 2b_{n+1} = b_n \quad \rightarrow \quad b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$$

b_n は初項 3、公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列だから、$b_n = 3 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

答 $\quad a_n = 3 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} + 4$

math-support.jp

今回の学習目標

一般型 $a_{n+1} = pa_n + q$ の漸化式
から一般項を求める。

- 特性方程式を作る。
- 等比数列 b_n へ置き換える。

math-support.jp