

階差型数列の漸化式

次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$



今回の学習目標

階差型数列の漸化式から一般項

- 漸化式から階差型数列であることを判断
 - 階差数列の特徴を活かして解決

隣接する 2 項間の差に規則性がある場合

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & \dots \\ & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \\ & +1 & +2 & +3 & +4 & & & \end{array}$$

隣接する 2 項間の差に規則性がある場合

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & \dots \\ & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \\ & +1 & +2 & +3 & +4 & & & \end{array}$$

$$a_{n+1} = a_n + n$$

隣接する 2 項間の差に規則性がある場合

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & \dots \\ & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \searrow & \nearrow & \\ & +1 & +2 & +3 & +4 & & & \end{array}$$

$$a_{n+1} = a_n + n$$

階差型漸化式

階差型漸化式

$$a_{n+1} = a_n + f(n)$$

等差型漸化式

$$a_{n+1} = a_n + d$$

例 1

次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n - 1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n - 1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n - 1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n - 1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 4\{1 + 2 + 3 + 4 + \cdots (n-1)\}$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 4\{1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1)\}$$

$$a_n - 2 = 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 4\{1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1)\}$$

$$a_n - 2 = 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = 2n^2 - 2n + 2$$

この式は、 $a_1 = 2$ も満たす。

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$

$$a_{n+1} - a_n = 4n$$

$$a_2 - a_1 = 4 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 4 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 4 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 4 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 4 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 4\{1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1)\}$$

$$a_n - 2 = 4 \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = 2n^2 - 2n + 2 \quad \text{この式は、} a_1 = 2 \text{ も満たす。}$$

答 $a_n = 2n^2 - 2n + 2$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+ \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 3 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + 5 \sum_{k=1}^{n-1} k$$

例 1

次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_2 - a_1 = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1$$

$$a_3 - a_2 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2$$

$$a_4 - a_3 = 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$a_5 - a_4 = 3 \cdot 4^2 + 5 \cdot 4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3 \cdot (n-1)^2 + 5 \cdot (n-1)$$

$$a_n - a_1 = 3 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + 5 \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$



例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2} \{2n^3 - 3n^2 + n + 5n^2 - 5n\} + 1$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2} \{2n^3 - 3n^2 + n + 5n^2 - 5n\} + 1 \\ &= \frac{1}{2} (2n^3 + 2n^2 - 4n + 2) \end{aligned}$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2} \{2n^3 - 3n^2 + n + 5n^2 - 5n\} + 1$$

$$= \frac{1}{2}(2n^3 + 2n^2 - 4n + 2)$$

$$= n^3 + n^2 - 2n + 1$$

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2} \{2n^3 - 3n^2 + n + 5n^2 - 5n\} + 1$$

$$= \frac{1}{2}(2n^3 + 2n^2 - 4n + 2)$$

$$= n^3 + n^2 - 2n + 1$$

この式は、 $a_1 = 1$ も満たす。

例 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 3n^2 + 5n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3n^2 + 5n$$

$$a_n - 1 = 3 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + 5 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2} \{2n^3 - 3n^2 + n + 5n^2 - 5n\} + 1$$

$$= \frac{1}{2}(2n^3 + 2n^2 - 4n + 2)$$

$$= n^3 + n^2 - 2n + 1$$

この式は、 $a_1 = 1$ も満たす。

$$\boxed{\text{答}} \quad a_n = n^3 + n^2 - 2n + 1$$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 6 \cdot (n-1) + 5$$

問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 6 \cdot (n-1) + 5$$

$$a_n - a_1 = 6\{1 + 2 + \cdots + (n-1)\} + 5(n-1)$$

問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 6 \cdot (n-1) + 5$$

$$a_n - a_1 = 6\{1 + 2 + \cdots + (n-1)\} + 5(n-1)$$

$$a_n - 1 = 6 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 5(n-1)$$

問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 6 \cdot (n-1) + 5$$

$$a_n - a_1 = 6\{1 + 2 + \cdots + (n-1)\} + 5(n-1)$$

$$a_n - 1 = 6 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 5(n-1)$$

$$a_n = 3n^2 - 3n + 5n - 4$$

この式は、 $a_1 = 1$ も満たす。



問 1 次の漸化式で表された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 6n + 5$$

$$a_{n+1} - a_n = 6n + 5$$

$$a_2 - a_1 = 6 \cdot 1 + 5$$

$$a_3 - a_2 = 6 \cdot 2 + 5$$

$$a_4 - a_3 = 6 \cdot 3 + 5$$

$$a_5 - a_4 = 6 \cdot 4 + 5$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 6 \cdot (n-1) + 5$$

$$a_n - a_1 = 6\{1 + 2 + \cdots + (n-1)\} + 5(n-1)$$

$$a_n - 1 = 6 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 5(n-1)$$

$$a_n = 3n^2 - 3n + 5n - 4 \quad \text{この式は、} a_1 = 1 \text{ も満たす。}$$

答

$$a_n = 3n^2 + 2n - 4$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$
$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$



$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$



$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$



$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$



$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$$

$$a_n - a_1 = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1}$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$$

$$a_n - a_1 = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1}$$

$$a_n - 8 = \frac{3 - 3^n}{1 - 3}$$

$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$$

$$a_n - a_1 = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1}$$

$$a_n - 8 = \frac{3 - 3^n}{1 - 3}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(3^n - 3) + \frac{16}{2}$$



$$(2) \quad a_1 = 8, \quad a_{n+1} = a_n + 3^n$$

$$a_{n+1} - a_n = 3^n$$

$$a_2 - a_1 = 3^1$$

$$a_3 - a_2 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = 3^3$$

$$a_5 - a_4 = 3^4$$

$$\vdots$$

$$+) \quad a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$$

$$a_n - a_1 = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1}$$

$$a_n - 8 = \frac{3 - 3^n}{1 - 3}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(3^n - 3) + \frac{16}{2}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad a_n = \frac{1}{2}(3^n + 13)$$



今回の学習目標

階差型数列の漸化式から一般項

- 漸化式から階差型数列であることを判断
 - 階差数列の特徴を活かして解決