等差数列/等比数列の漸化式

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

(2) $a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3a_n$

math-support.jp

今回の学習目標

漸化式から一般項を求める。

等差型: $a_{n+1} = a_n + d$

等比型: $a_{n+1} = r \cdot a_n$

等差数列：初項に一定の数を次々に加えてできる数列

$$\begin{array}{ccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & \\ a & \xrightarrow{+d} & a+d & \xrightarrow{+d} & a+2d & \xrightarrow{+d} & a+3d & \xrightarrow{+d} & \cdots \end{array}$$

等差数列の漸化式と一般項

一般項

$$a_n = a + d(n-1)$$

等差数列：初項に一定の数を次々に加えてできる数列

$$\begin{tikzcd}[column sep=large] \textcolor{orange}{a_1} & \textcolor{orange}{a_2} & \textcolor{orange}{a_3} & \textcolor{orange}{a_4} & \\ a \arrow[r, bend right, "+d"'] & a+d \arrow[r, bend right, "+d"'] & a+2d \arrow[r, bend right, "+d"'] & a+3d \arrow[r, bend right, "+d"'] & \cdots \end{tikzcd}$$

等差数列の漸化式と一般項

漸化式

$$a_{n+1} = a_n + d$$

一般項

$$a_n = a + d(n-1)$$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

math-support.jp

例 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

初項 3, 公差 2 の等差数列だから、

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

初項 3, 公差 2 の等差数列だから、

$$a_n = 3 + 2(n-1)$$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

初項 3, 公差 2 の等差数列だから、

$$a_n = 3 + 2(n-1)$$
$$= 3 + 2n - 2$$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2$

初項 3, 公差 2 の等差数列だから、

$$
\begin{aligned}
a_n &= 3 + 2(n-1) \\
&= 3 + 2n - 2
\end{aligned}
$$

答　$a_n = 2n + 1$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

初項 20, 公差 -5 の等差数列だから、

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

初項 20, 公差 -5 の等差数列だから、

$$a_n = 20 - 5(n-1)$$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

初項 20, 公差 -5 の等差数列だから、

$$a_n = 20 - 5(n-1)$$
$$= 20 - 5n + 5$$

math-support.jp

例 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 20, \quad a_{n+1} = a_n - 5$

初項 20, 公差 -5 の等差数列だから、

$$a_n = 20 - 5(n-1)$$
$$= 20 - 5n + 5$$

答　$\underline{a_n = -5n + 25}$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

(2) $a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

初項 7, 公差 3 の等差数列であるから、

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

初項 7, 公差 3 の等差数列であるから、

$$a_n = 7 + 3(n-1)$$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

初項 7, 公差 3 の等差数列であるから、

$$\begin{aligned} a_n &= 7 + 3(n-1) \\ &= 7 + 3n - 3 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 7, \quad a_{n+1} = a_n + 3$

初項 7, 公差 3 の等差数列であるから、

$$\begin{aligned} a_n &= 7 + 3(n-1) \\ &= 7 + 3n - 3 \end{aligned}$$

$\boxed{答}$　$a_n = 3n + 4$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

初項 -3, 公差 -2 であるので、

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

初項 -3, 公差 -2 であるので、

$$a_n = -3 - 2(n-1)$$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

初項 -3, 公差 -2 であるので、

$$\begin{aligned} a_n &= -3 - 2(n-1) \\ &= -3 - 2n + 2 \end{aligned}$$

math-support.jp

問 1　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n - 2$

初項 -3, 公差 -2 であるので、

$$\begin{aligned} a_n &= -3 - 2(n-1) \\ &= -3 - 2n + 2 \end{aligned}$$

答　$a_n = -2n - 1$

math-support.jp

等比数列：初項に一定の数を次々に乗じてできる数列

$$\begin{array}{ccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & \\ a & \xrightarrow{\times r} & a\,r & \xrightarrow{\times r} & a\,r^2 & \xrightarrow{\times r} & a\,r^3 & \xrightarrow{\times r} & \cdots \end{array}$$

等比数列の漸化式と一般項

一般項

$$a_n = a\,r^{n-1}$$

等比数列：初項に一定の数を次々に乗じてできる数列

$$\begin{array}{ccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & \\ a & \xrightarrow{\times r} & a\,r & \xrightarrow{\times r} & a\,r^2 & \xrightarrow{\times r} & a\,r^3 & \xrightarrow{\times r} & \cdots \end{array}$$

等比数列の漸化式と一般項

漸化式

$$a_{n+1} = r \cdot a_n$$

一般項

$$a_n = a\,r^{n-1}$$

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

(2)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -5\,a_n$

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 4, 公比 3 の等比数列だから、

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 4, 公比 3 の等比数列だから、

$$a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 4, 公比 3 の等比数列だから、

$$a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

答　$a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -5\,a_n$

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -5\,a_n$

初項 2, 公比 -5 の等比数列だから、

math-support.jp

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -5\,a_n$

初項 2, 公比 -5 の等比数列だから、

$$a_n = 2 \cdot (-5)^{n-1}$$

例 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = -5\,a_n$

初項 2, 公比 -5 の等比数列だから、

$$a_n = 2 \cdot (-5)^{n-1}$$

答　$a_n = 2 \cdot (-5)^{n-1}$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 4\,a_n$

(2)　$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

(3)　$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = -\,a_n$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 4\,a_n$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 2,\quad a_{n+1} = 4\,a_n$

初項 2、公比 4 の等比数列だから、

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 4\,a_n$

初項 2、公比 4 の等比数列だから、

$$a_n = 2 \cdot 4^{n-1}$$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 4\,a_n$

初項 2、公比 4 の等比数列だから、

$$a_n = 2 \cdot 4^{n-1}$$

答　$a_n = 2 \cdot 4^{n-1}$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 3、公比 3 の等比数列だから、

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 3,\quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 3、公比 3 の等比数列だから、

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 3、公比 3 の等比数列だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 3 \cdot 3^{n-1} \\ &= 3^n \end{aligned}$$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 3\,a_n$

初項 3、公比 3 の等比数列だから、

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$$
$$= 3^n$$

答　$a_n = 3^n$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n$

初項 1、公比 (-1) の等比数列だから、

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n$

初項 1、公比 (-1) の等比数列だから、

$$a_n = 1 \cdot (-1)^{n-1}$$

math-support.jp

問 2　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n$

初項 1、公比 (-1) の等比数列だから、

$$a_n = 1 \cdot (-1)^{n-1}$$

答　$a_n = (-1)^{n-1}$

math-support.jp

今回の学習目標

漸化式から一般項を求める。

等差型: $a_{n+1} = a_n + d$

等比型: $a_{n+1} = r \cdot a_n$

math-support.jp