

等差×等差 数列の和

n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$



今回の学習目標

項数 n とインデックス k の使い分け

- 各項と順番の関連付け

例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n+2) + 2 \cdot (n+4) + 3 \cdot (n+6) + \cdots + (n-1) \cdot (3n-2) + n \cdot 3n$$

例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n + 4) + 3 \cdot (n + 6) + \cdots + (n - 1) \cdot (3n - 2) + n \cdot 3n$$



例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n + 4) + 3 \cdot (n + 6) + \cdots + (n - 1) \cdot (3n - 2) + n \cdot 3n$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3 \cdots$ と代入してみると、

例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n + 4) + 3 \cdot (n + 6) + \cdots + (n - 1) \cdot (3n - 2) + n \cdot 3n$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3 \cdots$ と代入してみると、

$$S_1 = 1 \cdot 3$$

例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n + 4) + 3 \cdot (n + 6) + \cdots + (n - 1) \cdot (3n - 2) + n \cdot 3n$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3 \cdots$ と代入してみると、

$$S_1 = 1 \cdot 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6$$

例 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot (n + 2) + 2 \cdot (n + 4) + 3 \cdot (n + 6) + \cdots + (n - 1) \cdot (3n - 2) + n \cdot 3n$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3 \cdots$ と代入してみると、

$$S_1 = 1 \cdot 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6$$

$$S_3 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9$$

一般項を求める。 $(n$ は全体の項の数として用いられているので、別の文字 k を使う)

k	(1)	(2)	(3)		$(n-1)$	(n)
a_k	$1 \cdot (n+2)$	$2 \cdot (n+4)$	$3 \cdot (n+6)$	$\cdots$	$(n-1) \cdot (3n-2)$	$n \cdot 3n$

一般項は、 $a_k =$

一般項を求める。 $(n$ は全体の項の数として用いられているので、別の文字 k を使う)

k	(1)	(2)	(3)		$(n-1)$	(n)
a_k	$1 \cdot (n+2)$	$2 \cdot (n+4)$	$3 \cdot (n+6)$	$\cdots$	$(n-1) \cdot (3n-2)$	$n \cdot 3n$

一般項は、 $a_k = k \cdot (n + 2k)$

一般項を求める。 $(n$ は全体の項の数として用いられているので、別の文字 k を使う)

k	(1)	(2)	(3)		$(n-1)$	(n)
a_k	$1 \cdot (n+2)$	$2 \cdot (n+4)$	$3 \cdot (n+6)$	$\cdots$	$(n-1) \cdot (3n-2)$	$n \cdot 3n$

一般項は、 $a_k = k \cdot (n + 2k) = 2k^2 + nk$

$$a_k = 2k^2 + nk$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n (2k^2 + nk)$$

$$a_k = 2k^2 + nk$$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n (2k^2 + nk) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + n \cdot \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

$$a_k = 2k^2 + nk$$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n (2k^2 + nk) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + n \cdot \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n^2(n+1)}{6} \end{aligned}$$

$$a_k = 2k^2 + nk$$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n (2k^2 + nk) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + n \cdot \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n^2(n+1)}{6} \\ &= \frac{n(n+1)}{6} \{ (4n+2) + 3n \} \end{aligned}$$

$$a_k = 2k^2 + nk$$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n (2k^2 + nk) \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + n \cdot \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n^2(n+1)}{6} \\ &= \frac{n(n+1)}{6} \{ (4n+2) + 3n \} \\ &= \frac{1}{6} n(n+1)(7n+2) \end{aligned}$$

$$S_n = 1 \cdot (n+2) + 2 \cdot (n+4) + 3 \cdot (n+6) + \cdots + (n-1) \cdot (3n-2) + n \cdot 3n$$

$$S_1 = 1 \cdot 3 = 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 16$$

$$S_3 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(7n+2)$$

$$S_n = 1 \cdot (n+2) + 2 \cdot (n+4) + 3 \cdot (n+6) + \cdots + (n-1) \cdot (3n-2) + n \cdot 3n$$

$$S_1 = 1 \cdot 3 = 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 16$$

$$S_3 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(7n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 9 = 3$$



$$S_n = 1 \cdot (n+2) + 2 \cdot (n+4) + 3 \cdot (n+6) + \cdots + (n-1) \cdot (3n-2) + n \cdot 3n$$

$$S_1 = 1 \cdot 3 = 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 16$$

$$S_3 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(7n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 9 = 3$$

$$S_2 = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 16 = 16$$

$$S_n = 1 \cdot (n+2) + 2 \cdot (n+4) + 3 \cdot (n+6) + \cdots + (n-1) \cdot (3n-2) + n \cdot 3n$$

$$S_1 = 1 \cdot 3 = 3$$

$$S_2 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 16$$

$$S_3 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(7n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 9 = 3$$

$$S_2 = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 16 = 16$$

$$S_3 = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 23 = 46$$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 n を自然数の定数とするとき、
次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

問 1

n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$



問 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

問 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3, \cdots$ を代入

問 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3, \cdots$ を代入

$$S_1 = 1 \cdot 1$$

問 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3, \cdots$ を代入

$$S_1 = 1 \cdot 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1$$

問 1 n を自然数の定数とするとき、次の和を求めよ。

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n - 1) + 3 \cdot (n - 2) + \cdots + (n - 1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

この数列をイメージするために、 $n = 1, 2, 3, \cdots$ を代入

$$S_1 = 1 \cdot 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1$$

$$S_3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1$$

一般項を求める。

k	(1)	(2)	(3)		$(n-1)$	(n)
a_k	$1 \cdot n$	$2 \cdot (n-1)$	$3 \cdot (n-2)$	$\dots$	$(n-1) \cdot 2$	$n \cdot 1$

一般項を求める。

k	(1)	(2)	(3)		$(n-1)$	(n)
a_k	$1 \cdot n$	$2 \cdot (n-1)$	$3 \cdot (n-2)$	$\dots$	$(n-1) \cdot 2$	$n \cdot 1$

一般項は、 $a_k = k \cdot (n - k + 1) = -k^2 + (n + 1)k$

一般項は、 $a_k = -k^2 + (n+1)k$

$$S_n = \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\}$$



一般項は、 $a_k = -k^2 + (n+1)k$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)\frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

一般項は、 $a_k = -k^2 + (n+1)k$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)\frac{n(n+1)}{2} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)^2}{6} \end{aligned}$$

一般項は、 $a_k = -k^2 + (n+1)k$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)\frac{n(n+1)}{2} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)^2}{6} \\ &= \frac{n(n+1)}{6} \{-(2n+1) + 3(n+1)\} \end{aligned}$$

一般項は、 $a_k = -k^2 + (n+1)k$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)\frac{n(n+1)}{2} \\ &= -\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)^2}{6} \\ &= \frac{n(n+1)}{6} \{-(2n+1) + 3(n+1)\} \\ &= \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

$$S_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$S_3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

$$S_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$S_3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

$$S_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$S_3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$S_2 = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4$$

$$S_n = 1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

$$S_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4$$

$$S_3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$$

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$$

$$S_1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$S_2 = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4$$

$$S_3 = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 10$$

今回の学習目標

項数 n とインデックス k の使い分け

- 各項と順番の関連付け