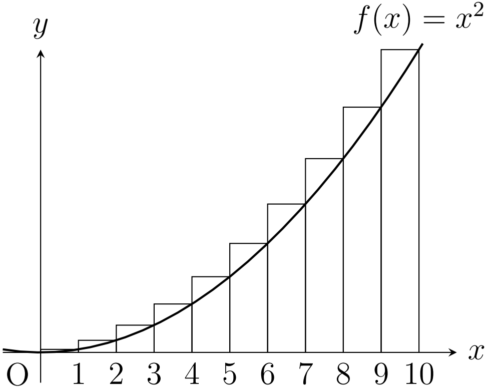
漸化式の図形への応用 (3)

漸化式を用いて、右図の長方形の面積の総和を求めよ。



math-support.jp

今回の学習目標

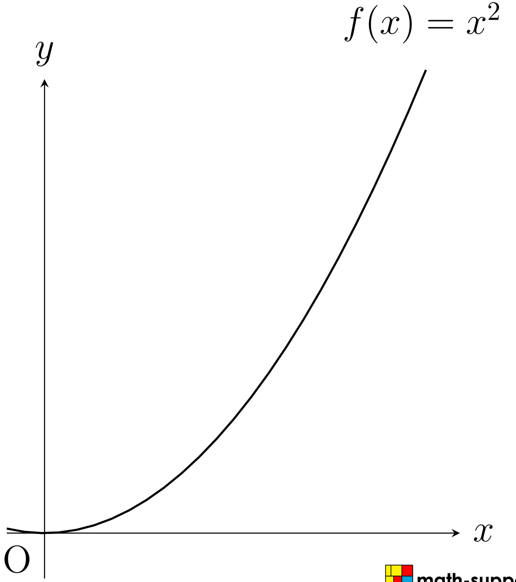
関数が関係する図形の面積の総和を漸化式で求める。

● 定積分の区分求積法につながる計算

math-support.jp

$\boxed{\text{例 1}}$　関数 $f(x) = x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0, 10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から左に幅 1 の長方形をつくり、その面積を a_n とし、a_1 から a_n までの和を S_n とする。

(1) S_1 を求めなさい。
(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい
(3) S_n の一般項を求めなさい
(4) S_{10} を求めなさい



math-support.jp

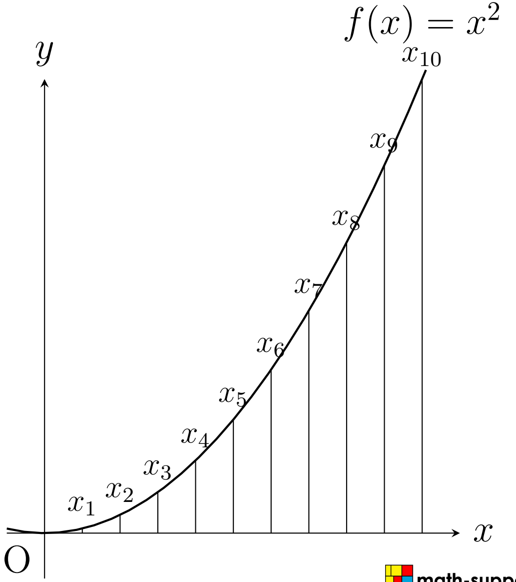
$\boxed{\text{例 1}}$ 関数 $f(x) = x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0, 10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から左に幅 1 の長方形をつくり、その面積を a_n とし、a_1 から a_n までの和を S_n とする。

(1) S_1 を求めなさい。

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい

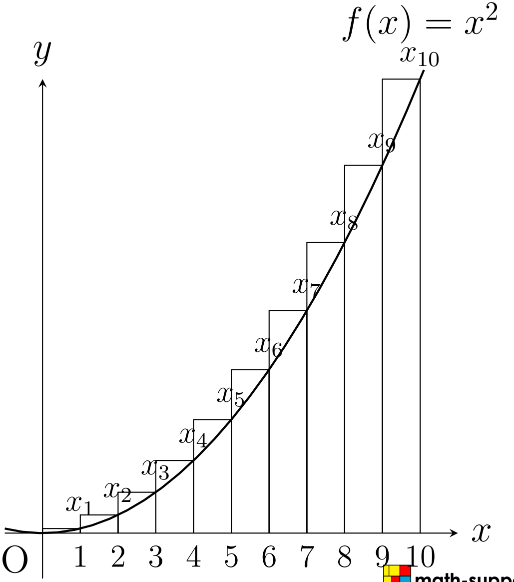
(3) S_n の一般項を求めなさい

(4) S_{10} を求めなさい



例 1 関数 $f(x)=x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0,10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から左に幅 1 の長方形をつくり、その面積を a_n とし、a_1 から a_n までの和を S_n とする。

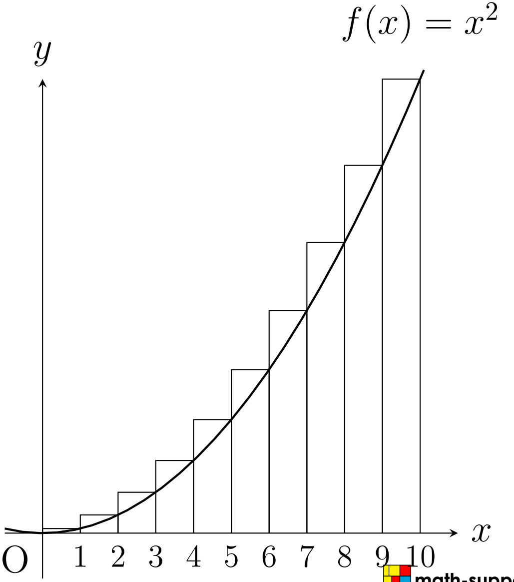
(1) S_1 を求めなさい。
(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい
(3) S_n の一般項を求めなさい
(4) S_{10} を求めなさい



math-support.jp

$\boxed{例 1}$ 関数 $f(x)=x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0,10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から左に幅 1 の長方形をつくり、その面積を a_n とし、a_1 から a_n までの和を S_n とする。

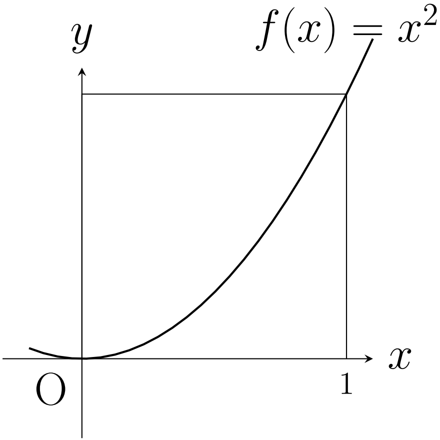
(1) S_1 を求めなさい。
(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい
(3) S_n の一般項を求めなさい
(4) S_{10} を求めなさい



(1) S_1 を求めなさい。

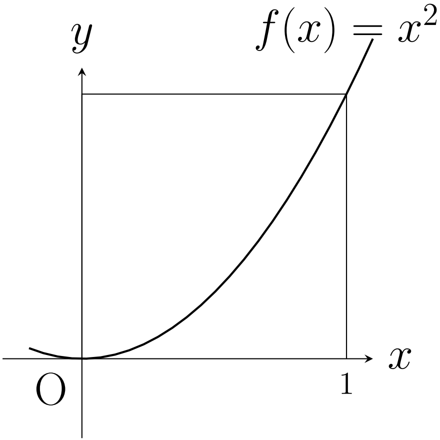
math-support.jp

(1) S_1 を求めなさい。



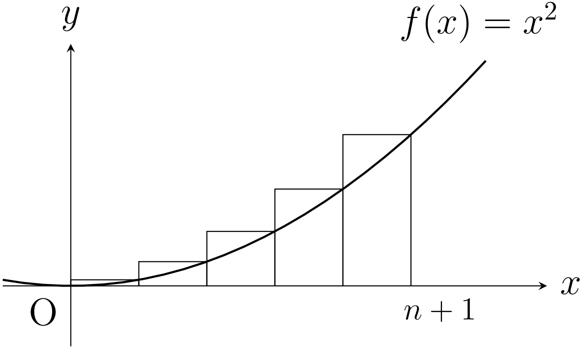
math-support.jp

(1) S_1 を求めなさい。



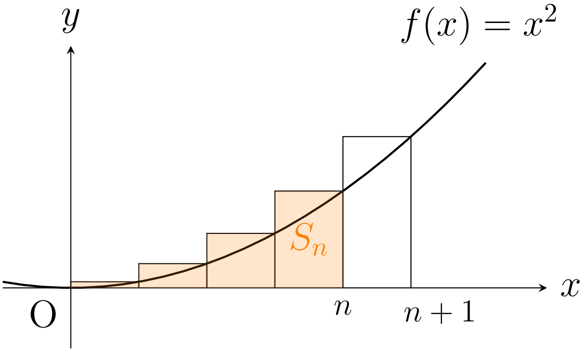
答 $S_1 = 1$

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい



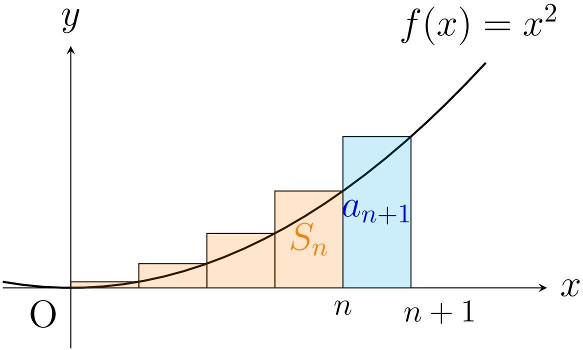
math-support.jp

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい

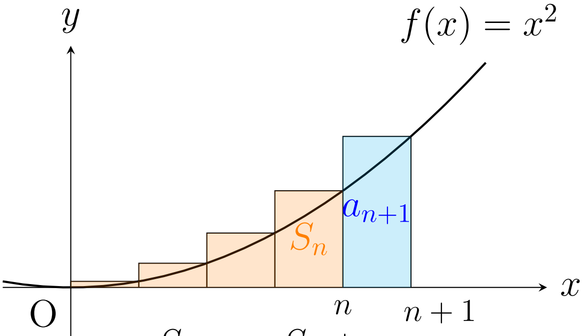


math-support.jp

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい

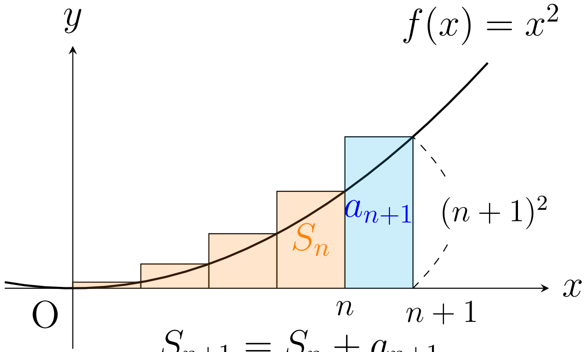


(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい



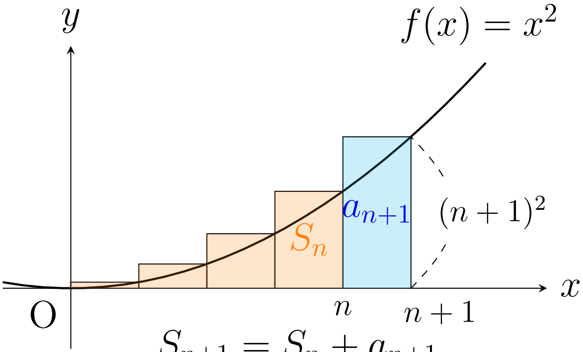
$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$$

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい



$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$$

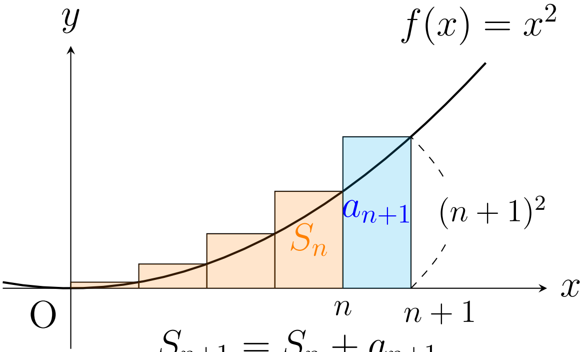
(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい



$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$$
$$= S_n + (n+1)^2$$

math-support.jp

(2) S_{n+1} を S_n の式で表しなさい



$$S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$$
$$= S_n + (n+1)^2$$

答 $S_{n+1} = S_n + (n+1)^2$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて S_n の一般項を求めなさい

$$S_{n+1} - S_n = (n+1)^2$$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて S_n の一般項を求めなさい

$$S_{n+1} - S_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{r}
S_2 - S_1 = 2^2 \\
S_3 - S_2 = 3^2 \\
S_4 - S_3 = 4^2 \\
\vdots \quad \vdots \\
+)\ S_n - S_{n-1} = n^2 \\
\hline
S_n - S_1 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots n^2
\end{array}$$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて S_n の一般項を求めなさい

$$S_{n+1} - S_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{rrcl}
 & S_2 - S_1 & = & 2^2 \\
 & S_3 - S_2 & = & 3^2 \\
 & S_4 - S_3 & = & 4^2 \\
 & \vdots & & \vdots \\
+) & S_n - S_{n-1} & = & n^2 \\
\hline
 & S_n - S_1 & = & 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots n^2
\end{array}$$

$$S_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて S_n の一般項を求めなさい

$$S_{n+1} - S_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{rl}
 & S_2 - S_1 = 2^2 \\
 & S_3 - S_2 = 3^2 \\
 & S_4 - S_3 = 4^2 \\
 & \qquad \vdots \quad \vdots \\
+) & S_n - S_{n-1} = n^2 \\
\hline
 & S_n - S_1 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots n^2
\end{array}$$

$$S_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

$$\boxed{\text{答}} \quad \underline{S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}$$

math-support.jp

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) S_{10} を求めなさい

math-support.jp

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) S_{10} を求めなさい

$$S_{10} = \frac{1}{6}(10)(11)(21) = 385$$

math-support.jp

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) S_{10} を求めなさい

$$S_{10} = \frac{1}{6}(10)(11)(21) = 385$$

$\boxed{\text{答}}$ $\quad S_{10} = 385$

math-support.jp

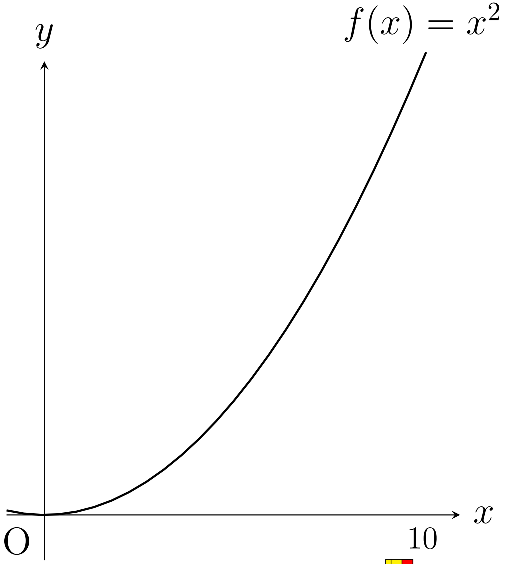
問 1　関数 $f(x) = x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0, 10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から右に幅 1 の長方形をつくり、その面積を b_n とし、b_1 から b_n までの和を T_n とする。

(1) T_1 を求めなさい。

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

(4) T_9 を求めなさい



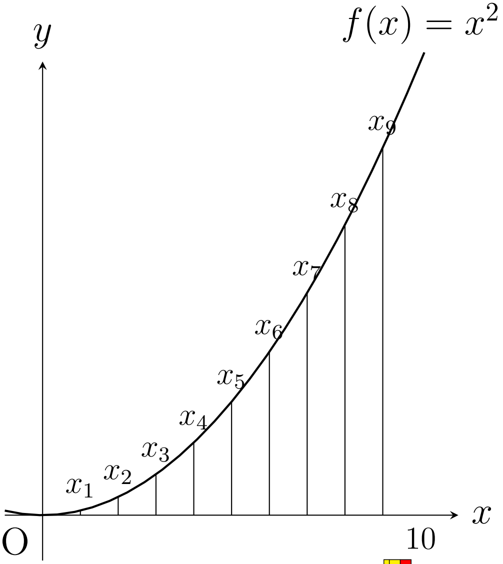
問 1　関数 $f(x)=x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0,10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から右に幅 1 の長方形をつくり、その面積を b_n とし、b_1 から b_n までの和を T_n とする。

(1) T_1 を求めなさい。

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

(4) T_9 を求めなさい



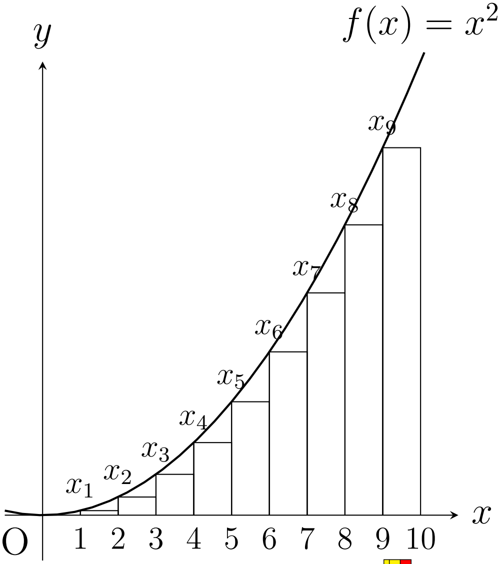
問 1　関数 $f(x)=x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0,10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から右に幅 1 の長方形をつくり、その面積を b_n とし、b_1 から b_n までの和を T_n とする。

(1) T_1 を求めなさい。

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

(4) T_9 を求めなさい



math-support.jp

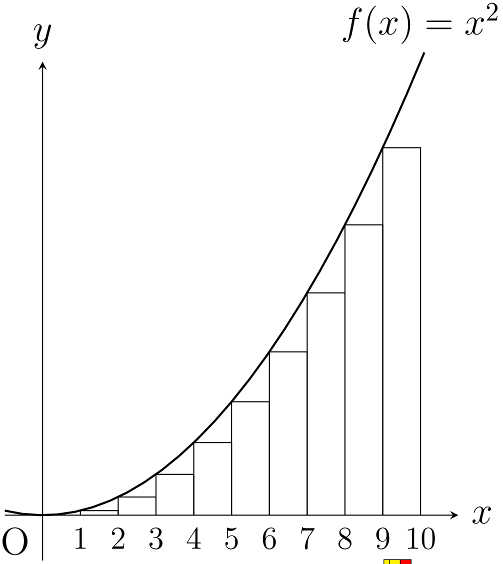
問 1　関数 $f(x)=x^2$ $(0 \leqq x \leqq 10)$ について、区間 $[0,10]$ を 10 等分し、それぞれの分割点を x_n とする。図のように、分割点から右に幅 1 の長方形をつくり、その面積を b_n とし、b_1 から b_n までの和を T_n とする。

(1) T_1 を求めなさい。

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

(4) T_9 を求めなさい



(1) T_1 を求めなさい。

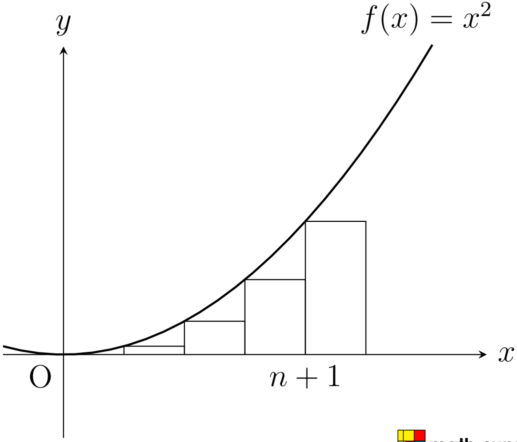
$\boxed{答}$ $T_1 = 1$

math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

答 $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

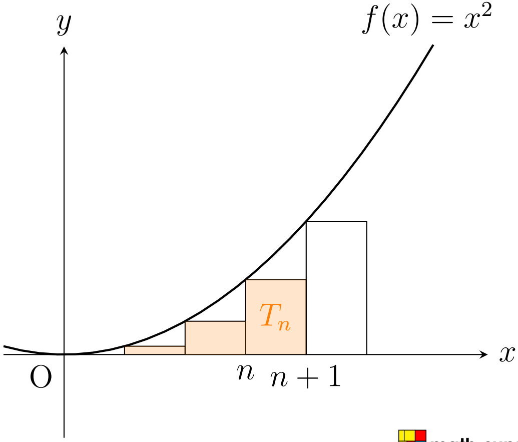


math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

$\boxed{答}$ $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

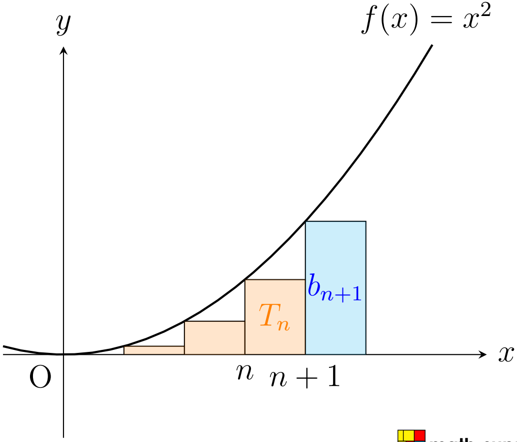


math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

$\boxed{答}$ $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい



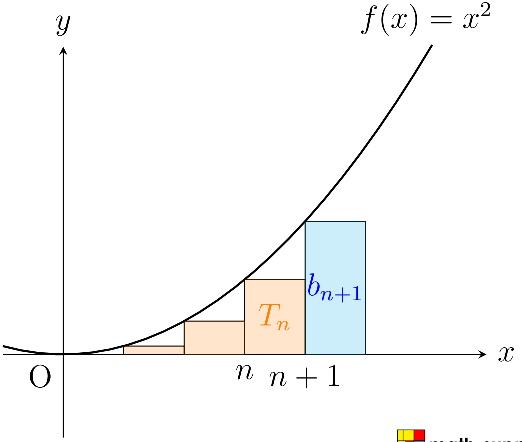
math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

$\boxed{\text{答}}$ $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

$$T_{n+1} = T_n + b_{n+1}$$



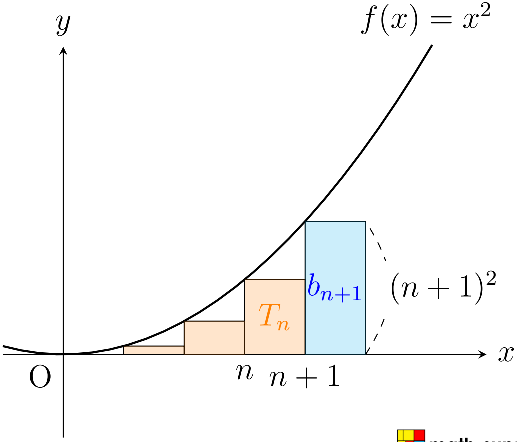
math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

答 $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

$$T_{n+1} = T_n + b_{n+1}$$



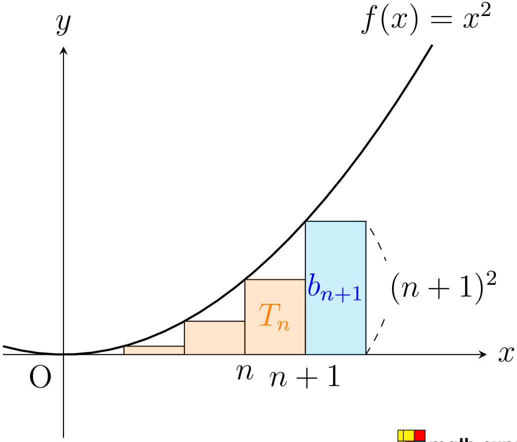
(1) T_1 を求めなさい。

答 $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

$$T_{n+1} = T_n + b_{n+1}$$

$$= T_n + (n+1)^2$$



math-support.jp

(1) T_1 を求めなさい。

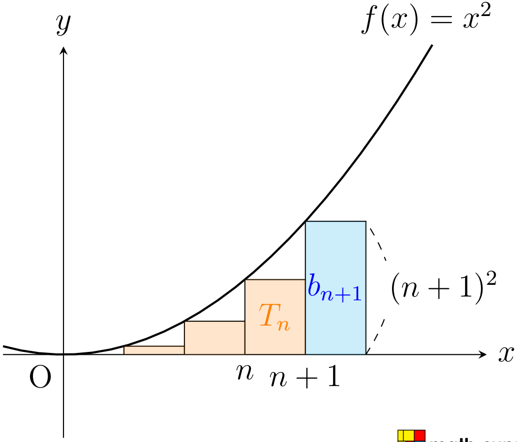
答 $T_1 = 1$

(2) T_{n+1} を T_n の式で表しなさい

$$T_{n+1} = T_n + b_{n+1}$$

$$= T_n + (n+1)^2$$

答 $T_{n+1} = T_n + (n+1)^2$



math-support.jp

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

$$T_{n+1} - T_n = (n+1)^2$$

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

$$T_{n+1} - T_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{rrcl}
 & T_2 - T_1 & = & 2^2 \\
 & T_3 - T_2 & = & 3^2 \\
 & T_4 - T_3 & = & 4^2 \\
 & \vdots & & \vdots \\
+) & T_n - T_{n-1} & = & n^2 \\
\hline
 & T_n - T_1 & = & 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2
\end{array}$$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

$$T_{n+1} - T_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{rrcl}
 & T_2 - T_1 & = & 2^2 \\
 & T_3 - T_2 & = & 3^2 \\
 & T_4 - T_3 & = & 4^2 \\
 & \vdots & & \vdots \\
+) & T_n - T_{n-1} & = & n^2 \\
\hline
 & T_n - T_1 & = & 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2
\end{array}$$

$$T_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

math-support.jp

(3) 漸化式を用いて T_n の一般項を求めなさい

$$T_{n+1} - T_n = (n+1)^2$$

$$\begin{array}{rl} & T_2 - T_1 = 2^2 \\ & T_3 - T_2 = 3^2 \\ & T_4 - T_3 = 4^2 \\ & \quad\vdots \qquad \vdots \\ +) & T_n - T_{n-1} = n^2 \\ \hline & T_n - T_1 = 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 \end{array}$$

$$T_n = 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$

$\boxed{\text{答}}$ $\underline{\quad T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}$

math-support.jp

$$T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) T_9 を求めなさい

math-support.jp

$$T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) T_9 を求めなさい

$$T_9 = \frac{1}{6}(9)(10)(19) = 285$$

math-support.jp

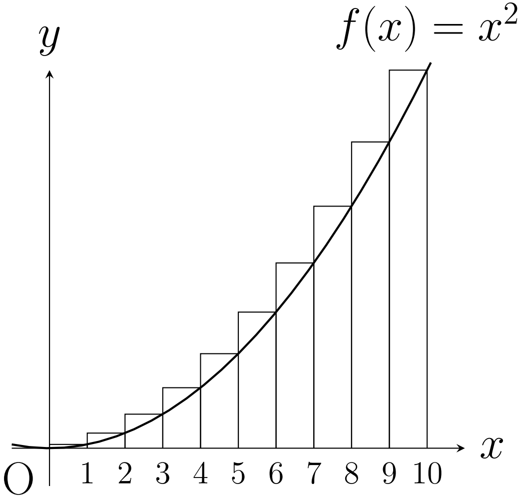
$$T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(4) T_9 を求めなさい

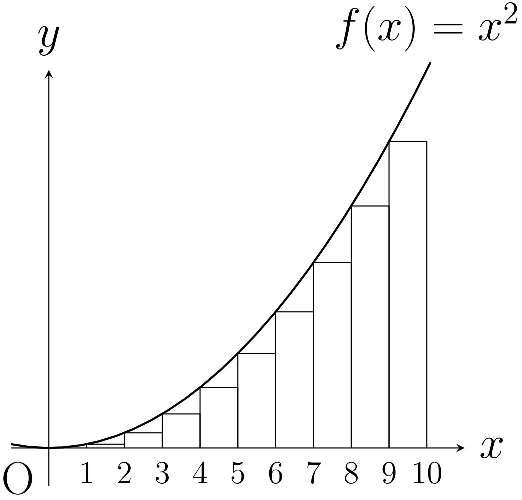
$$T_9 = \frac{1}{6}(9)(10)(19) = 285$$

$\boxed{\text{答}}$ $T_9 = 285$

math-support.jp

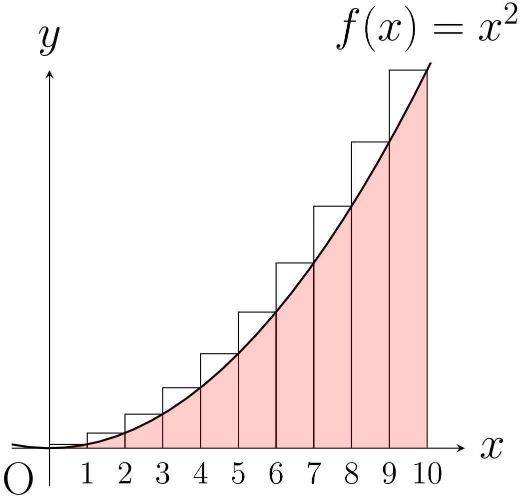


$S_{10}=385$

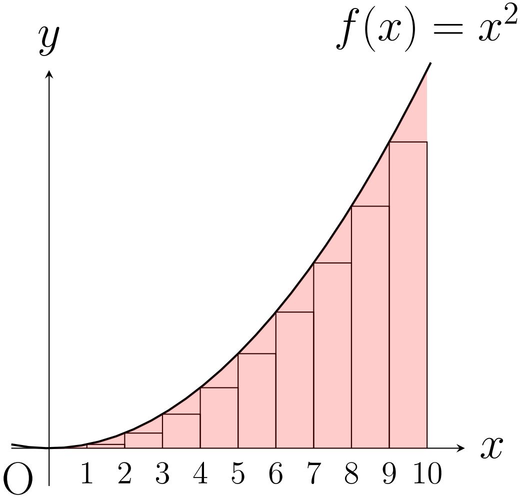


$T_9=285$

math-support.jp



$$S_{10} = 385$$



$$T_9 = 285$$

今回の学習目標

関数が関係する図形の面積の総和を漸化式で求める。

● 定積分の区分求積法につながる計算

math-support.jp