

数列の置き換え (3)

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n - n$$

で定義される数列の一般項を求めよ。

今回の学習目標

数列の置き換えで漸化式を次々に変化させる。

- 階差数列法
- 未定係数法



漸化式の4つの型

- 1 等差型 : $a_{n+1} = a_n + d$
- 2 等比型 : $a_{n+1} = r \cdot a_n$
- 3 階差型 : $a_{n+1} = a_n + f(n)$
- 4 一般型 : $a_{n+1} = p a_n + q$



例 1

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。

問 1

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。



例 1

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。

問 1

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。

→ 階差数列法と未定係数法



階差数列法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

階差数列法による置き換え

$$\begin{aligned}a_{n+2} &= 2a_{n+1} - (n + 1) \\a_{n+1} &= 2a_n - n\end{aligned}$$

階差数列法による置き換え

$$\begin{array}{rcl} & a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1) \\ -) & a_{n+1} = 2a_n - n \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 2(a_{n+1} - a_n) - 1 \end{array}$$

階差数列法による置き換え

$$\begin{array}{rcl} & a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1) \\ -) & a_{n+1} = 2a_n - n \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 2(a_{n+1} - a_n) - 1 \end{array}$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると、

階差数列法による置き換え

$$\begin{array}{r} a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1) \\ -) \quad a_{n+1} = 2a_n - n \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1 \end{array}$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると、 $b_{n+1} = a_{n+2} - a_{n+1}$

階差数列法による置き換え

$$\begin{array}{rcl} & a_{n+2} & = 2a_{n+1} - (n+1) \\ -) & a_{n+1} & = 2a_n - n \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 2(a_{n+1} - a_n) - 1 \end{array}$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると、 $b_{n+1} = a_{n+2} - a_{n+1}$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

階差数列法による置き換え

$$\begin{array}{rcl} & a_{n+2} & = 2a_{n+1} - (n+1) \\ -) & a_{n+1} & = 2a_n - n \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 2(a_{n+1} - a_n) - 1 \end{array}$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると、 $b_{n+1} = a_{n+2} - a_{n+1}$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

※ b_n は階差数列

例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$\hline a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k-1} + 1)$$

例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k-1} + 1)$$

$$= 3 + \frac{1 - 2^n}{1 - 2} + n - 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列

$$a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k-1} + 1)$$

$$= 3 + \frac{1 - 2^n}{1 - 2} + n - 1$$

$$= 2^{n-1} + n + 1$$



例 1

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 5, \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 2a_{n+1} - (n+1)$$

$$-) \quad a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n) - 1$$

ここで、 $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 2b_n - 1$$

特性方程式 $c = 2c - 1$ の解は

$$c = 1$$

$$b_{n+1} = 2b_n - 1$$

$$-) \quad c = 2c - 1$$

$$b_{n+1} - c = 2(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n - 1$ と置き換え

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = 2d_n$$

$$d_n = 2^{n-1}$$

$$b_n = 2^{n-1} + 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列

$$\begin{aligned} a_n &= 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^{k-1} + 1) \\ &= 3 + \frac{1 - 2^n}{1 - 2} + n - 1 \\ &= 2^{n-1} + n + 1 \end{aligned}$$

答

$$a_n = 2^{n-1} + n + 1$$



math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。

問 1

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。



問 1

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

問 1

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$



問 1

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$



問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$\begin{array}{rcl} a_{n+2} & = & 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1 \\ -) & & a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1 \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 3(a_{n+1} - a_n) + 2 \end{array}$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$\begin{array}{rcl} b_{n+1} & = & 3b_n + 2 \\ c & = & 3c + 2 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 3(b_n - c) \end{array}$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$\begin{array}{rcl} a_{n+2} & = & 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1 \\ -) & & a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1 \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 3(a_{n+1} - a_n) + 2 \end{array}$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$\begin{array}{rcl} b_{n+1} & = & 3b_n + 2 \\ c & = & 3c + 2 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 3(b_n - c) \end{array}$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列だから、

問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$\begin{array}{rcl} a_{n+2} & = & 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1 \\ -) & & a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1 \\ \hline a_{n+2} - a_{n+1} & = & 3(a_{n+1} - a_n) + 2 \end{array}$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は
 $c = -1$

$$\begin{array}{rcl} b_{n+1} & = & 3b_n + 2 \\ c & = & 3c + 2 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 3(b_n - c) \end{array}$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列だから、

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4 \cdot 3^{k-1} - 1)$$

問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4 \cdot 3^{k-1} - 1) \\ &= 1 + 4 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3 - 1} - n + 1 \end{aligned}$$

問 1 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4 \cdot 3^{k-1} - 1) \\ &= 1 + 4 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3 - 1} - n + 1 \\ &= 1 + 2 \cdot 3^{n-1} - 2 - n + 1 \end{aligned}$$



問 1

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_2 = 4 \quad \dots$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2(n+1) - 1$$

$$-) \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2$$

ここで $b_n = a_{n+1} - a_n$ とする

$$b_1 = 3, \quad b_{n+1} = 3b_n + 2$$

特性方程式 $c = 3c + 2$ の解は

$$c = -1$$

$$b_{n+1} = 3b_n + 2$$

$$c = 3c + 2$$

$$b_{n+1} - c = 3(b_n - c)$$

ここで $d_n = b_n + 1$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 3d_n$$

$$d_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$b_n = 4 \cdot 3^{n-1} - 1$$

$\{b_n\}$ は $\{a_n\}$ の階差数列だから、

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (4 \cdot 3^{k-1} - 1) \\ &= 1 + 4 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3 - 1} - n + 1 \\ &= 1 + 2 \cdot 3^{n-1} - 2 - n + 1 \end{aligned}$$

答

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - n$$



math-support.jp

未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$



未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$b_n = a_n - f(n) \text{ として、}$$



未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$b_n = a_n - f(n) \text{ として、 } b_{n+1} = 2b_n$$



未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2a_n - 2f(n)$$

$$b_n = a_n - f(n) \text{ として、 } b_{n+1} = 2b_n$$



未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2a_n - 2f(n)$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$b_n = a_n - f(n) \text{ として、 } b_{n+1} = 2b_n$$



未定係数法による置き換え

$$a_{n+1} = 2a_n - n$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2a_n - 2f(n)$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$-2f(n) + f(n+1) = -n$ となるような $f(n)$ を考える。

$$b_n = a_n - f(n) \text{ として、 } b_{n+1} = 2b_n$$



例 2

$a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$$f(n) = \alpha n + \beta \text{ とする。}$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1,$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

これを解いて、 $\alpha = 1, \quad \beta = 1$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$f(n) = n + 1$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$$f(n) = \alpha n + \beta \text{ とする。}$$

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

$$\text{これを解いて、} \alpha = 1, \quad \beta = 1$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

これを解いて、 $\alpha = 1, \quad \beta = 1$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$$f(n) = \alpha n + \beta \text{ とする。}$$

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

$$\text{これを解いて、} \alpha = 1, \quad \beta = 1$$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

$$a_{n+1} - (n+2) = 2\{a_n - (n+1)\}$$



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

$$\text{これを解いて、} \alpha = 1, \quad \beta = 1$$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

$$a_{n+1} - (n+2) = 2\{a_n - (n+1)\}$$

$b_n = a_n - (n+1)$ と置き換え



例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

これを解いて、 $\alpha = 1$, $\beta = 1$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

$$a_{n+1} - (n+2) = 2\{a_n - (n+1)\}$$

$b_n = a_n - (n+1)$ と置き換え

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

これを解いて、 $\alpha = 1$, $\beta = 1$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

$$a_{n+1} - (n+2) = 2\{a_n - (n+1)\}$$

$b_n = a_n - (n+1)$ と置き換え

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

$$b_n = 2^{n-1}$$

例 2 $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 2a_n - n$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 2\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 2a_n - 2f(n) + f(n+1)$$

$$-2f(n) + f(n+1) = -n$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-2\{\alpha n + \beta\} + \{\alpha(n+1) + \beta\} = -n$$

$$-\alpha n + (-\beta + \alpha) = -n$$

この式は n の恒等式だから、

$$-\alpha = -1, \quad \beta - \alpha = 0$$

これを解いて、 $\alpha = 1$, $\beta = 1$

$$f(n) = n + 1$$

$$f(n+1) = n + 2$$

$$a_{n+1} - (n+2) = 2\{a_n - (n+1)\}$$

$b_n = a_n - (n+1)$ と置き換え

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 2b_n$$

$$b_n = 2^{n-1}$$

答

 $a_n = 2^{n-1} + n + 1$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2

数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ で定義されるとき、一般項 a_n を求めよ。

問 2

$a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$$f(n) = \alpha n + \beta \text{ とする。}$$



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\} \qquad f(n) = -n,$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$f(n) = -n,$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$f(n) = -n,$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$$a_{n+1} + n + 1 = 3\{a_n + n\}$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

$$f(n) = -n,$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$a_{n+1} + n + 1 = 3\{a_n + n\}$$

$b_n = a_n + n$ と置き換える。



問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

$$f(n) = -n,$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$a_{n+1} + n + 1 = 3\{a_n + n\}$$

$b_n = a_n + n$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 3b_n$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

$$f(n) = -n,$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$a_{n+1} + n + 1 = 3\{a_n + n\}$$

$b_n = a_n + n$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 3b_n$$

$$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

問 2 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1$ のとき、一般項を求めよ。

$$a_{n+1} - f(n+1) = 3\{a_n - f(n)\}$$

$$a_{n+1} = 3a_n - 3f(n) + f(n+1)$$

$$-3f(n) + f(n+1) = 2n - 1$$

$f(n) = \alpha n + \beta$ とする。

$$-3(\alpha n + \beta) + \{\alpha(n+1) + \beta\} = 2n - 1$$

$$-2\alpha n + (\alpha - 2\beta) = 2n - 1$$

この式は n の恒等式だから、

$$\alpha = -1, \quad \beta = 0$$

$$f(n) = -n,$$

$$f(n+1) = -n - 1$$

$$a_{n+1} + n + 1 = 3\{a_n + n\}$$

$b_n = a_n + n$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 3b_n$$

$$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - n$$



今回の学習目標

数列の置き換えで漸化式を次々に変化させる。

- 階差数列法
- 未定係数法