

数列

漸化式：関連問題

数列の置き換え (2)

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$



今回の学習目標

漸化式から数列の置き換えを考える。

- 漸化式に $(\quad)^n$ があるとき、両辺を $(\quad)^n$ や $(\quad)^{n+1}$ をかけたり、割ったりして、 a_{n+1} や a_n にそろえる。

例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の4つの型

① 等差型 : $a_{n+1} = a_n + d$

② 等比型 : $a_{n+1} = r \cdot a_n$

③ 階差型 : $a_{n+1} = a_n + f(n)$

④ 一般型 : $a_{n+1} = p a_n + q$



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

例 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$$

例 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、

$$b_1 = \frac{a_1}{2^1} = 5,$$



例 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、

$$b_1 = \frac{a_1}{2^1} = 5, \quad b_{n+1} = b_n + 1$$



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$$

漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、

$$b_1 = \frac{a_1}{2^1} = 5, \quad b_{n+1} = b_n + 1$$

$\{b_n\}$ は初項 5, 公差 1 の等差数列



例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、

$$b_1 = \frac{a_1}{2^1} = 5, \quad b_{n+1} = b_n + 1$$

$\{b_n\}$ は初項 5, 公差 1 の等差数列 $\rightarrow b_n = 5 + (n - 1) = n + 4$

例 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$
漸化式の両辺を 2^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{2a_n}{2^{n+1}} + \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ と置き換えると、

$$b_1 = \frac{a_1}{2^1} = 5, \quad b_{n+1} = b_n + 1$$

$\{b_n\}$ は初項 5, 公差 1 の等差数列 $\rightarrow b_n = 5 + (n - 1) = n + 4$

答 $a_n = (n + 4) \cdot 2^n$



$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、



$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$



$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$



$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 8、公比 4 の等比

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 8、公比 4 の等比

$$d_n = 8 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 4^n$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 8、公比 4 の等比

$$d_n = 8 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 4^n$$

$$b_n = 2 \cdot 4^n - 2 = 2(4^n - 1)$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 8、公比 4 の等比

$$d_n = 8 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 4^n$$

$$b_n = 2 \cdot 4^n - 2 = 2(4^n - 1)$$

$$a_n = \frac{2(4^n - 1)}{2^n}$$

$$(2) \quad a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{6}{2^{n+1}}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける

$$2^{n+1}a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 6$$

$$2^{n+1}a_{n+1} = 4 \cdot 2^n a_n + 6$$

$b_n = 2^n a_n$ と置き換えると、

$$b_1 = 6, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、
 $c = -2$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

$d_n = b_n + 2$ と置き換えると、

$$d_1 = 8, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 8、公比 4 の等比

$$d_n = 8 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 4^n$$

$$b_n = 2 \cdot 4^n - 2 = 2(4^n - 1)$$

$$a_n = \frac{2(4^n - 1)}{2^n}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad a_n = 2 \left(2^n - \frac{1}{2^n} \right)$$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$



問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$$



問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$



問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。
 $b_1 = 2,$

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = b_n - 1$$

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = b_n - 1$$

$\{b_n\}$ は初項 2、公差 -1 の等差

問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = b_n - 1$$

$\{b_n\}$ は初項 2、公差 -1 の等差 $\rightarrow b_n = 2 - (n - 1) = -n + 3$



問 1 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5a_n - 5^{n+1}$
漸化式の両辺を 5^{n+1} で割ると、

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{5a_n}{5^{n+1}} - \frac{5^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$\frac{a_{n+1}}{5^{n+1}} = \frac{a_n}{5^n} - 1$$

ここで、 $b_n = \frac{a_n}{5^n}$ と置き換える。

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = b_n - 1$$

$\{b_n\}$ は初項 2、公差 -1 の等差 $\rightarrow b_n = 2 - (n - 1) = -n + 3$

答

 $a_n = (-n + 3) \cdot 5^n$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$



$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$



$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え



$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$



$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$\begin{array}{rcl} & b_{n+1} & = 4b_n + 6 \\ -) & c & = 4c + 6 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 4(b_n - c) \end{array}$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$\begin{array}{rcl} & b_{n+1} & = 4b_n + 6 \\ -) & c & = 4c + 6 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 4(b_n - c) \end{array}$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$



$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 4、公比 4 の等比

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、
 $c = -2$

$$\begin{array}{rcl} b_{n+1} & = & 4b_n + 6 \\ -) \quad c & = & 4c + 6 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 4(b_n - c) \end{array}$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 4、公比 4 の等比

$$d_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、
 $c = -2$

$$\begin{array}{rcl} & b_{n+1} & = 4b_n + 6 \\ -) & c & = 4c + 6 \\ \hline b_{n+1} - c & = & 4(b_n - c) \end{array}$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 4、公比 4 の等比

$$d_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$$

$$b_n = 4^n - 2$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$-) \quad c = 4c + 6$$

$$\hline b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 4、公比 4 の等比

$$d_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$$

$$b_n = 4^n - 2$$

$$a_n = \frac{4^n - 2}{2^n}$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + \frac{3}{2^n}$$

漸化式の両辺に 2^{n+1} をかける。

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 2^{n+1} \cdot 2a_n + 2^{n+1} \cdot \frac{3}{2^n}$$

$$2^{n+1} \cdot a_{n+1} = 4 \cdot 2^n \cdot a_n + 6$$

ここで、 $b_n = 2^n a_n$ と置き換え

$$b_1 = 2, \quad b_{n+1} = 4b_n + 6$$

特性方程式 $c = 4c + 6$ を解くと、

$$c = -2$$

$$b_{n+1} = 4b_n + 6$$

$$- \quad c = 4c + 6$$

$$\hline b_{n+1} - c = 4(b_n - c)$$

ここで、 $d_n = b_n + 2$ と置き換え

$$d_1 = 4, \quad d_{n+1} = 4d_n$$

$\{d_n\}$ は初項 4、公比 4 の等比

$$d_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$$

$$b_n = 4^n - 2$$

$$a_n = \frac{4^n - 2}{2^n}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad a_n = 2^n - \frac{1}{2^{n-1}}$$

今回の学習目標

漸化式から数列の置き換えを考える。

- 漸化式に $(\quad)^n$ があるとき、両辺を $(\quad)^n$ や $(\quad)^{n+1}$ をかけたり、割ったりして、 a_{n+1} や a_n にそろえる。