

次の2つの式の違いは？

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

今回の学習目標

2重のシグマの式の意味を考える。

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) \qquad (2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3$$

$$t = 4 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + 4$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3$$

$$t = 4 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + 4$$

$$\vdots$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + t)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3$$

$$t = 4 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + 4$$

$$\vdots$$

$$t = n \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n$$



math-support.jp

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\}$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) = \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (t^2 + t)$$



例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (t^2 + t) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\} \end{aligned}$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (t^2 + t) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)}{6} \right\} \end{aligned}$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (t^2 + t) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)}{6} \right\} \\ &= \frac{n(n+1)}{12} (2n+4) \end{aligned}$$

例 1

次の計算をせよ。

$$\sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right)$$

$$\sum_{k=1}^t k = \frac{t(t+1)}{2} = \frac{1}{2}(t^2 + t)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}(t^2 + t) \right\} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (t^2 + t) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{3n(n+1)}{6} \right\} \\ &= \frac{n(n+1)}{12} (2n+4) \\ &= \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 次の計算をせよ。

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right)$$

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right)$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$
$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$\vdots$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 2 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$t = 3 \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$\vdots$$

$$t = n \quad \rightarrow \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right)$$

問 1

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) = \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}$$

問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n n(n+1)\end{aligned}$$



問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n n(n+1) \\ &= \frac{1}{2}n(n+1) \times n\end{aligned}$$

問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^n k \right) &= \sum_{t=1}^n \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n n(n+1) \\ &= \frac{1}{2}n(n+1) \times n \\ &= \frac{1}{2}n^2(n+1)\end{aligned}$$



問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$
$$k = 1 \rightarrow t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 3 \quad \rightarrow \quad t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 3 \quad \rightarrow \quad t$$

$$\vdots$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 3 \quad \rightarrow \quad t$$

$$\vdots$$

$$k = t \quad \rightarrow \quad t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right) = \sum_{t=1}^n (t \times t)$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 3 \quad \rightarrow \quad t$$

$$\vdots$$

$$k = t \quad \rightarrow \quad t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right) = \sum_{t=1}^n (t \times t) = \sum_{t=1}^n t^2$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t$$

$$k = 3 \quad \rightarrow \quad t$$

$$\vdots$$

$$k = t \quad \rightarrow \quad t$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right) = \sum_{t=1}^n t^2$$

問 1

$$(2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right) = \sum_{t=1}^n t^2$$
$$= \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

今回の学習目標

2重のシグマの式の意味を考える。

$$(1) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t k \right) \qquad (2) \sum_{t=1}^n \left(\sum_{k=1}^t t \right)$$