

Σ の公式

$$\boxed{1} \quad \sum_{k=1}^n c = nc$$

$$\boxed{2} \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\boxed{3} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

Σ の基本性質

$$\boxed{1} \quad \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$\boxed{2} \quad \sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k$$

$$\boxed{3} \quad \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{m-1} a_k \quad \text{但し、} 0 < m < n$$

例 41 次の和を求めよ。

$$(1) \sum_{k=1}^n (k^2 + 2k)$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (k^2 + 5)$$

$$(3) \sum_{k=1}^n (k^2 - 2k + 3)$$

問 41 次の和を求めよ。

$$(1) \sum_{k=1}^n (k^2 + 4k)$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (k^2 + 1)$$

$$(3) \sum_{k=1}^n (2k^2 - k + 3)$$

例 42 数列 $1 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 7, \dots, n(2n+1)$ の和を求めよ。

問 42 次の数列の和を求めよ。

$$(1) 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, n(n+2)$$

$$(2) 1^2, 3^2, 5^2, \dots, (2n-1)^2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} - \frac{6n(n+1)}{3} + \frac{3n}{3} \\
&= \frac{n}{3} \{2(n+1)(2n+1) - 6(n+1) + 3\} \\
&= \frac{n}{3} (4n^2 + 6n + 2 - 6n - 6 + 3) \\
&= \frac{n}{3} (4n^2 - 1) \\
&= \frac{1}{3} n(2n-1)(2n+1)
\end{aligned}$$
