和の記号 Σ

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

- $k=1$ から n までの a_k の和
- k は インデックスと呼ばれ、1 ずつ増える。k 以外の文字の使用も可能。
- $k=1$ は 開始値（下限）、1 以外の値を取ることも可能
- n は 終了値（上限）
- a_k は 一般項（k によって決まる値）

例 34　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} k$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} k^2$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} 5k$

(4) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} \frac{1}{k}$

(5) $\displaystyle\sum_{i=0}^{3} 2^i$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} kx$

(7) $\displaystyle\sum_{k=10}^{12} (2k+1)$

問 34　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} 3k$

(2) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} k^3$

(3) $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{i}{5}$

(4) $\displaystyle\sum_{k=0}^{3} \sin(30k)^\circ$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} kx^k$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} x$

例 35　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 5k^2$

問 35　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2k^3$

例 36　次の和の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} (2k+1) = 3+5+7+\cdots+201$

答 ______

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 3^k = 3+3^2+3^3+\cdots+3^n$

答 ______

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} x$　　答 ______

問 36　次の和の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} (5k-2) = 3+8+13+\cdots 48$

答 ______

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2+2^2+2^3+\cdots+2^n$

答 ______

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} n$　　答 ______

++*+*+*+*+*+*+ 【解答】 *+*+*+*+*+*+*+*+

例 34　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} k = 1+2+3+4+5$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} k^2 = 1^2+2^2+3^2$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} 5k = 5\cdot 1+5\cdot 2+5\cdot 3+5\cdot 4$

(4) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} \frac{1}{k} = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

(5) $\displaystyle\sum_{i=0}^{3} 2^i = 2^0+2^1+2^2+2^3$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} kx = 1x+2x+3x+4x+5x$

(7) $\displaystyle\sum_{k=10}^{12} (2k+1) = (2\cdot 10+1)+(2\cdot 11+1)+(2\cdot 12+1)$

問 34　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} 3k = 3\cdot 1+3\cdot 2+3\cdot 3$

(2) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} k^3 = 2^3+3^3+4^3+5^3$

(3) $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{i}{5} = \frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{5}{5}$

(4) $\displaystyle\sum_{k=0}^{3} \sin(30k)^\circ = \sin 0^\circ+\sin 30^\circ+\sin 60^\circ+\sin 90^\circ$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} kx^k = 1x^1+2x^2+3x^3+4x^4$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} x = x+x+x+x$

例 35　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2^1+2^2+2^3+\cdots+2^n$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 5k^2 = 5\cdot 1^2+5\cdot 2^2+5\cdot 3^2+\cdots+5\cdot n^2$

問 35　次の和を足し算の形に展開せよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2k^3 = 2\cdot 1^3+2\cdot 2^3+2\cdot 3^3+\cdots+2\cdot n^3$

例 36　次の和の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} (2k+1) = 3+5+7+\cdots+201$

初項 3、末項 201、項数 100 の等差数列の和であるから

$$= \frac{(3+201)\cdot 100}{2} = 10200$$

答　10200

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 3^k = 3+3^2+3^3+\cdots+3^n$

初項 3、公比 3、項数 n の等比数列の和であるから

$$= \frac{3(1-3^n)}{1-3} = -\frac{3}{2}(1-3^n) = \frac{3}{2}(3^n-1)$$

答　$\dfrac{3}{2}(3^n-1)$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} x = x+x+x+\cdots+x = nx$　答　nx

問 36　次の和の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} (5k-2) = 3+8+13+\cdots 48$

初項 3、末項 48、項数 10 の等差数列の和であるから

$$= \frac{(3+48)\cdot 10}{2} = 255$$

答　255

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2+2^2+2^3+\cdots+2^n$

初項 2、公比 2、項数 n の等比数列の和であるから

$$= \frac{2(1-2^n)}{1-2} = -2(1-2^n) = 2(2^n-1)$$

答　$2(2^n-1)$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} n = n+n+\cdots+n = n\times n = n^2$　答　n^2