例　等差数列をなす 3 つの数がある。その和は 12 で、平方の和は 66 である。この数列を求めよ。

問　等差数列をなす 3 つの数がある。その和は 18 で、平方の和は 140 である。この数列を求めよ。

++*+*+*+*+*+*+*+　【解答】*+*+*+*+*+*+*+*+*+

例　等差数列をなす 3 つの数がある。その和は 12 で、平方の和は 66 である。この数列を求めよ。

3 つの数を a, b, c とすると、

$$a \xrightarrow{+d} b \xrightarrow{+d} c$$

$$a+b+c=12 \quad \cdots ①$$
$$a^2+b^2+c^2=66 \quad \cdots ②$$

等差数列であるという情報から式を立てるとすると、どちらが良いか？

Ⓐ $\begin{cases} a=x \\ b=x+d \\ c=x+2d \end{cases}$　　Ⓑ $\begin{cases} a=x-d \\ b=x \\ c=x+d \end{cases}$

①に代入するなら、Ⓑが断然有利！
3 つの数を、$x-d$、x、$x+d$ とする。

$$(x-d)+x+(x+d)=12 \quad \cdots ①$$
$$(x-d)^2+x^2+(x+d)^2=66 \quad \cdots ②$$

①より、$3x=12$ だから、$x=4$
これを②に代入する。

$$(4-d)^2+4^2+(4+d)^2=66 \quad \cdots ②'$$
$$(16-8d+d^2)+16+(16+8d+d^2)=66$$
$$2d^2=18$$
$$d^2=9$$
$$d=\pm 3$$

したがって、数列は$\underline{1,4,7}$ あるいは、$\underline{7,4,1}$　答

問　等差数列をなす 3 つの数がある。その和は 18 で、平方の和は 140 である。この数列を求めよ。

3 つの数を、$x-d$、x、$x+d$ とする。

$$(x-d)+x+(x+d)=18 \quad \cdots ①$$
$$(x-d)^2+x^2+(x+d)^2=140 \quad \cdots ②$$

①より、$3x=18$ だから、$x=6$
②に代入すると、

$$(6-d)^2+6^2+(6+d)^2=140 \quad \cdots ②$$
$$(36-12d+d^2)+36+(36+12d+d^2)=140$$
$$2d^2=32$$
$$d^2=16$$
$$d=\pm 4$$

したがって、数列は$\underline{2,6,10}$ あるいは、$\underline{10,6,2}$　答