

- 絶対値

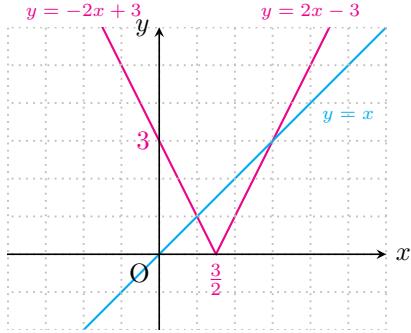
絶対値 $|a|$: 数直線上で原点と点 $A(a)$ の距離

- 1** $|a| \geq 0$

2 $a \geq 0$ のとき、 $|a| = (a) = a$
 $a < 0$ のとき、 $|a| = -(a) = -a$

Example1 方程式 $|2x - 3| = x$ を解きなさい。

$y = |2x - 3|$ と $y = x$ のグラフを考える。



$$2x - 3 = x \text{ より、 } x = 3$$

$$-2x + 3 = x \text{ より、 } x = 1$$

答 $x = 1, 3$

Exercise 1 次の方程式を解きなさい。

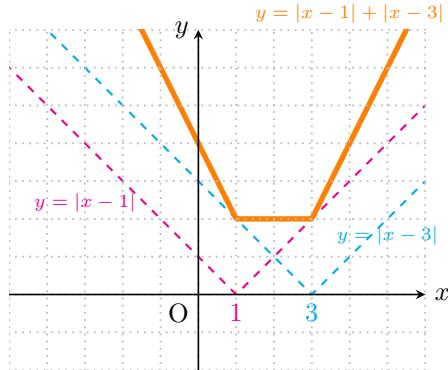
- (1) $|3x - 4| = x$
 - (2) $|x - 3| = 2x$
 - (3) $|x + 2| = 2x$

Example 2 GeoGebra で次のグラフを描きなさい。

$$y = |x - 1| \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$y = |x - 3| \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$y = |x - 1| + |x - 3| \quad \dots \textcircled{3}$$



Exercise2 ①と②を足した③のグラフについて、次のことを考えなさい。

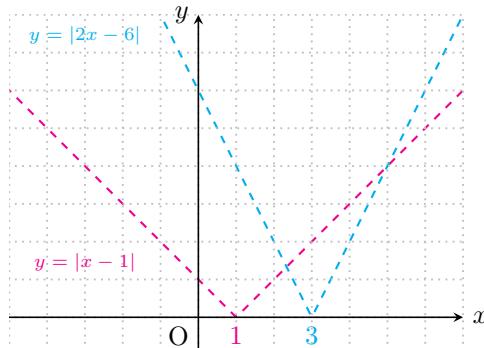
- (1) なぜ水平な部分をもつのか?
 (2) $x > 3$ で③の傾きが 2 になるのはなぜか。

Exercise 1 次の方程式を解きなさい。

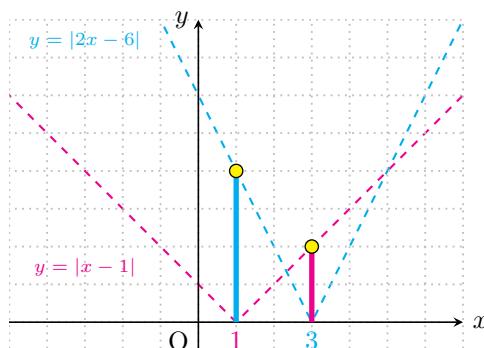
Example 3

$y = |x - 1| + |2x - 6|$ のグラフを描きなさい。

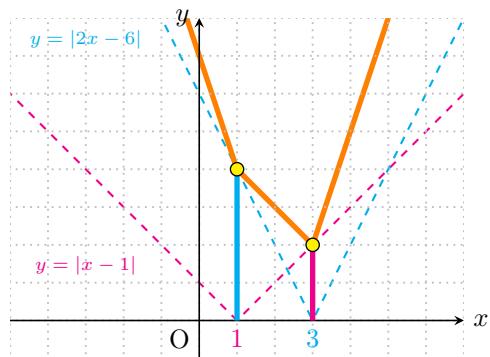
- (1) まず、 $y = |x - 1|$ と $y = |2x - 6|$ のグラフを描く



(2) $y = |x - 1| + |2x - 6|$ のターニングポイント



(3) グラフの傾きを加算してグラフを描く。

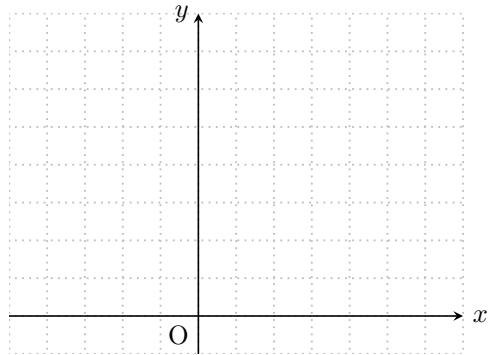


Exercise4 次の方程式を解きなさい。

(1) $|x - 1| + |2x - 6| = 5$

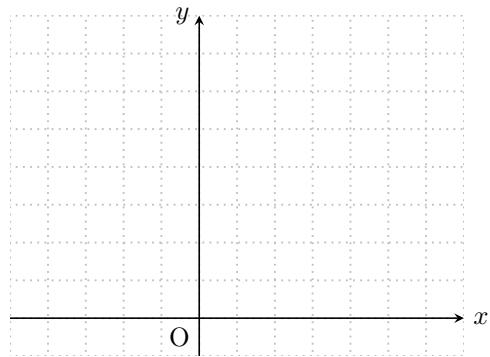
(2) $|2x| + |x - 3| = 5$

(1) $|x - 1| + |2x - 6| = 5$



Exercise3

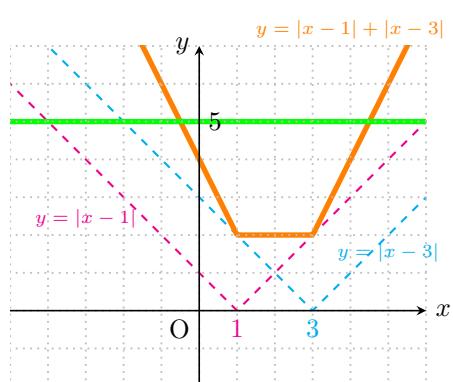
$y = |2x| + |x - 3|$ のグラフを描きなさい。



Example 4

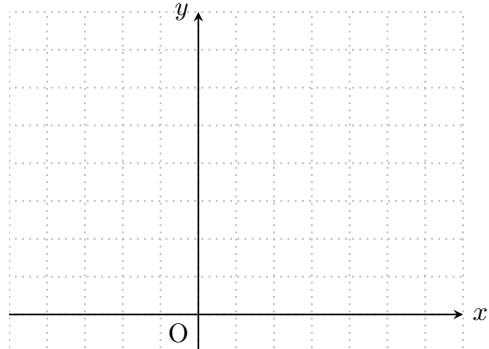
方程式 $|x - 1| + |x - 3| = 5$ を解きなさい。

$y = |x - 1| + |x - 3|$ と $y = 5$ のグラフを考える。



答

(2) $|2x| + |x - 3| = 5$



$x < 1$ と $3 < x$ で、2つのグラフは共有点を持つ。

$3 < x$ のとき、絶対値の中は両方ともプラスだから、

$$(x - 1) + (x - 3) = 5$$

$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$x < 1$ のとき、絶対値の中は両方ともマイナスだから、

$$-(x - 1) - (x - 3) = 5$$

$$-2x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

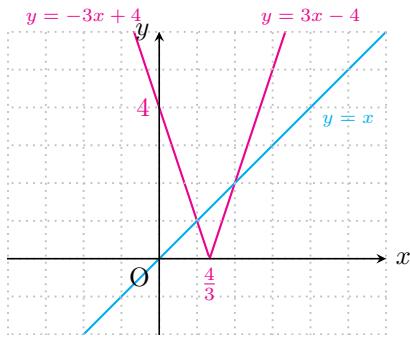
答 $x = \frac{9}{2}, -\frac{1}{2}$

答

Exercise 1

$$(1) \quad |3x - 4| = x$$

$y = |3x - 4|$ と $y = x$ のグラフを考える。

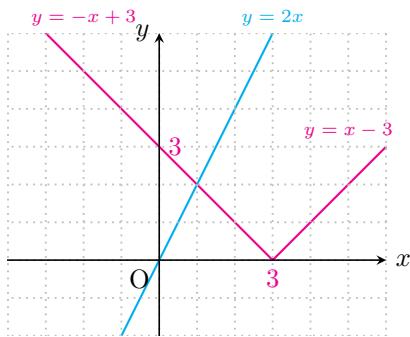


$$3x - 4 = x \text{ より、 } x = 2$$

$$-3x + 4 = x \text{ より、 } x = 1$$

答 $x = 1, 2$

$$(2) \quad |x - 3| = 2x$$

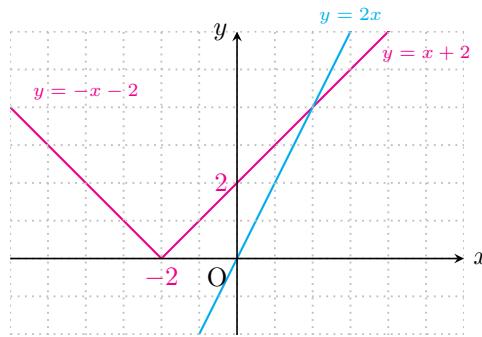


$y = x - 3$ と $y = 2x$ は、 $y > 0$ の範囲では交わらない。

$$-x + 3 = 2x \text{ より、 } x = 1$$

答 $x = 1$

$$(3) \quad |x + 2| = 2x$$



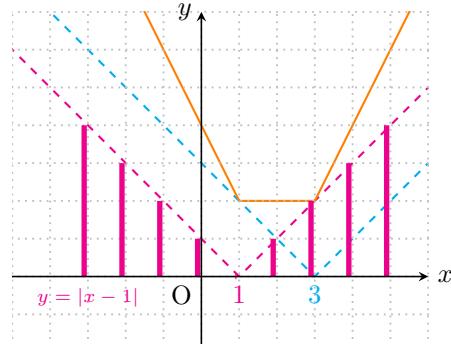
$y = -x - 2$ と $y = 2x$ は $y > 0$ の範囲では交わらない。

$$x + 2 = 2x \text{ より、 } x = 2$$

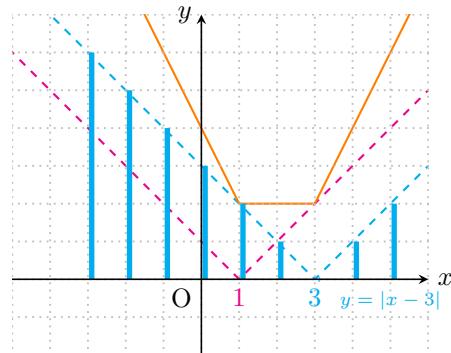
答 $x = 2$

Exercise2

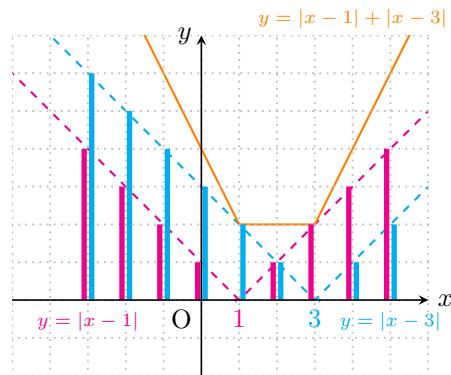
$y = |x - 1|$ のグラフの意味



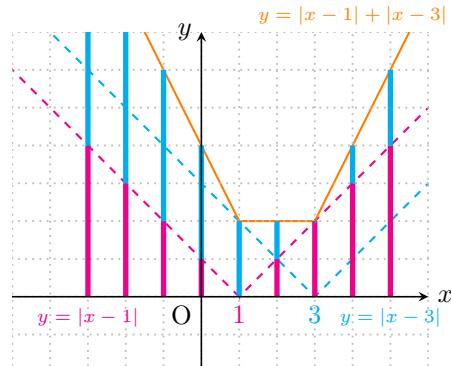
$y = |x - 3|$ のグラフの意味



$y = |x - 1|$ と $y = |x - 3|$ を並べたもの

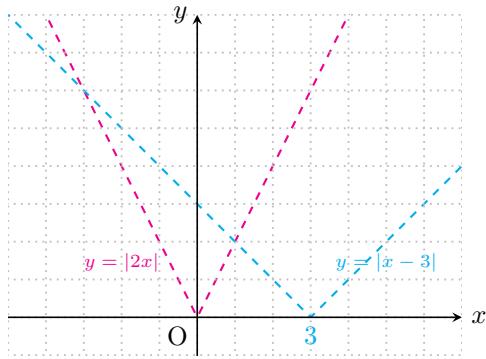


赤い線と青い線を足し合わせると、 $y = |x - 1| + |x - 3|$ の高さになる。

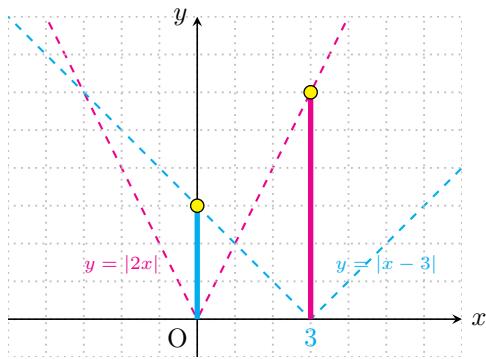


Exercise3

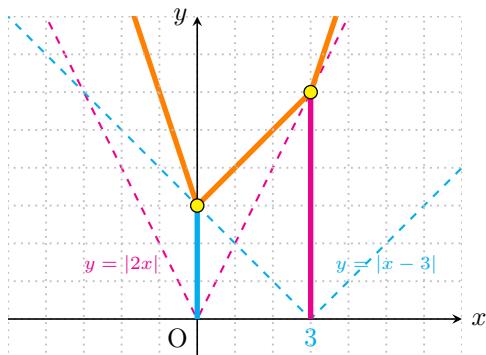
(1) まず、 $y = |2x|$ と、 $y = |x - 3|$ のグラフを描く。



(2) $y = |2x| + |x - 3|$ のターニングポイント



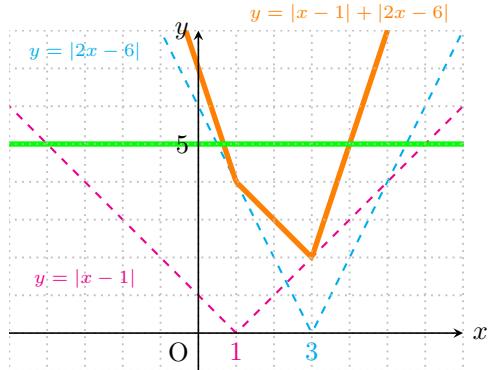
(3) グラフの傾きを加算して、グラフを描く。



Exercise4

(1) $|x - 1| + |2x - 6| = 5$

$y = |x - 1| + |2x - 6|$ と $y = 5$ のグラフを考える。



$x < 1$ と $3 < x$ の範囲で共有点を持つ。

$3 < x$ のとき、2つの絶対値の中は両方プラス

$$(x - 1) + (2x - 6) = 5$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$x < 1$ のとき、2つの絶対値の中は両方マイナス

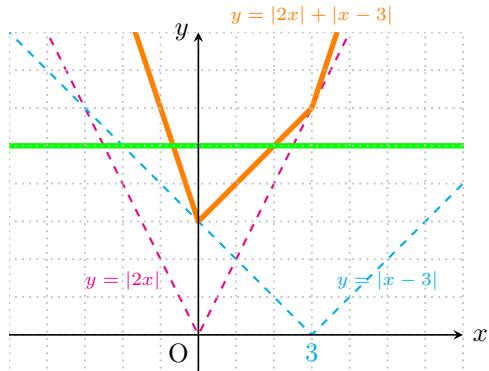
$$-(x - 1) - (2x - 6) = 5$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

答 $x = 4, \frac{2}{3}$

(2) $|2x| + |x - 3| = 5$



$x < 0$ と $0 < x < 3$ の範囲で2つのグラフは共有点を持つ。

$x < 0$ のとき、絶対値の中は両方マイナスだから、

$$-(2x) - (x - 3) = 5$$

$$-3x = 2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$0 < x < 3$ のとき、 $2x > 0$ 、 $x - 3 < 0$ だから、

$$(2x) - (x - 3) = 5$$

$$x = 2$$

答 $x = -\frac{2}{3}, 2$