

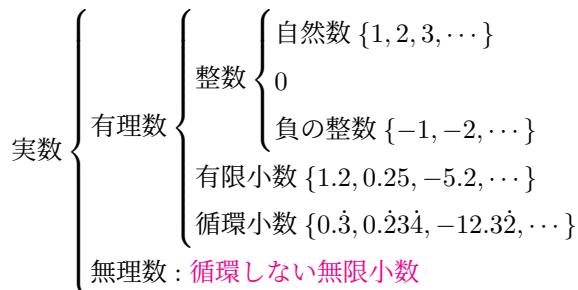
無理数とは

無理数：有理数でない数

有理数：整数同士の分数 $\frac{m}{n}$ の形で表される数

実数：有理数と無理数を合わせたもの。

実数の体系



例 41 次の (a) から (e) に属するものを、6つの数の中から全て選びなさい。

(a) 自然数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

(b) 整数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

(c) 有理数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

(d) 無理数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

(e) 負の数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

問 41 次の (a) から (e) に属するものを、6つの数の中から全て選びなさい。

(a) 自然数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(b) 整数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(c) 有理数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(d) 無理数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(e) 負の数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

0.99999…は1か？

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots$$

$$\frac{1}{3} \times 3 = 0.3333\dots \times 3 = 0.99999$$

だから、 $1 = 0.99999\dots$ となるが、これは数学的に正しいのだろうか？

結論からいうと正しい。

もし仮に、 $1 \neq 0.99999\dots$ とするならば、(左辺)-(右辺)を計算すると、何桁目かに0でない数が出てくることになる。たとえば、その数を1とすると、

$$1 - 0.99999\dots = 0.0000\dots 1$$

$$1 = 0.99999\dots + 0.0000\dots 1$$

$$1 = 1.0000\dots 099\dots$$

1は1よりも大きい数となってしまう。このようなことはおかしい。だから、1と0.99999…という2つの数字の差は0ということになる。

$$1 - 0.99999\dots = 0$$

この式が成り立つということは $1 = 0.99999\dots$ であることを示している。

例 42 0.9999…を分数にしなさい。

問 42 1.9999…を分数にしなさい。

例 41

(a) 自然数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad 2 - 2$$

(b) 整数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad \underline{2 - 2}$$

(c) 有理数

$$\sqrt{25}, \quad \underline{0.\dot{2}}, \quad -\sqrt{23}, \quad \frac{1}{7}, \quad \sqrt{3} - \sqrt{7}, \quad \underline{2 - 2}$$

(d) 無理数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad \underline{-\sqrt{23}}, \quad \frac{1}{7}, \quad \underline{\sqrt{3} - \sqrt{7}}, \quad 2 - 2$$

(e) 負の数

$$\sqrt{25}, \quad 0.\dot{2}, \quad \underline{-\sqrt{23}}, \quad \frac{1}{7}, \quad \underline{\sqrt{3} - \sqrt{7}}, \quad 2 - 2$$

問 41

(a) 自然数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad \underline{100}, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(b) 整数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad \underline{100}, \quad \frac{3}{16}, \quad \underline{1 - \sqrt{9}}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(c) 有理数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad \underline{100}, \quad \frac{3}{16}, \quad \underline{1 - \sqrt{9}}, \quad \underline{13.3\dot{7}\dot{2}}$$

(d) 無理数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{16}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

(e) 負の数

$$\sqrt{2}, \quad \pi, \quad 100, \quad \frac{3}{\pi}, \quad 1 - \sqrt{9}, \quad 13.3\dot{7}\dot{2}$$

例 42

$x = 0.9$ とする。

$$\begin{array}{r} 10x = 9.9999\cdots \\ -) \quad x = 0.9999\cdots \\ \hline 9x = 9 \end{array}$$

$$x = \frac{9}{9} = \frac{1}{1}$$

問 42

$x = 1.9$ とする。

$$\begin{array}{r} 10x = 19.9999\cdots \\ -) \quad x = 1.9999\cdots \\ \hline 9x = 18 \end{array}$$

$$x = \frac{18}{9} = \frac{2}{1}$$