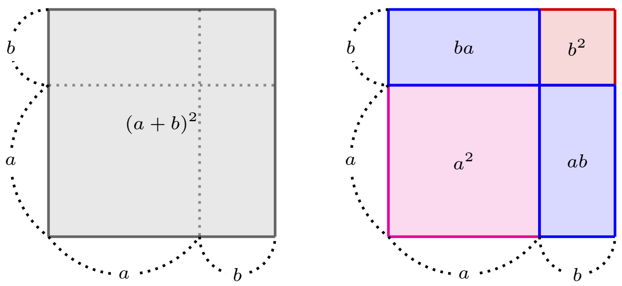
数と式　A0700 乗法公式の図形的意味　　組　　番　名前

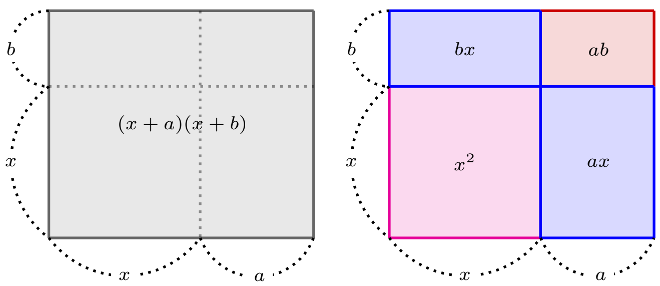
例 15　展開公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を以下の図形を用いて説明する。



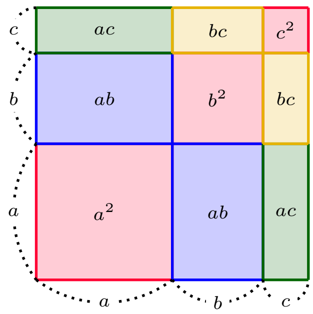
右と左の図形は、いずれも１辺の長さが $(a+b)$ の正方形である。左の図形は正方形全体の面積が $(a+b)^2$ であることを示している。
一方で右の図形は、正方形を、$a \times a$、$a \times b$、$b \times a$、$b \times b$ の４つの四角形に分割している。面積が等しいので、以下の公式が成り立つ。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

問 15　展開公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を以下の図形を用いて説明せよ。



例 16　下の図形を用いて $(a+b+c)^2$ を展開せよ。



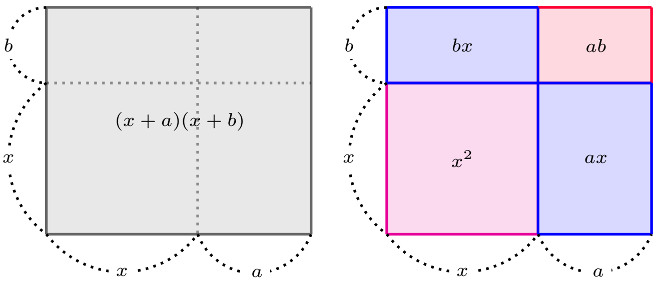
問 16　図形を用いて $(a+b+c+d)^2$ を展開せよ。

例 17　$(a+2b-c)^2$ を展開せよ。

問 17　$(x-y+3z)^2$ を展開せよ。

++*+*+*+*+*+*+ 【解答】*+*+*+*+*+*+*+*+

問 15



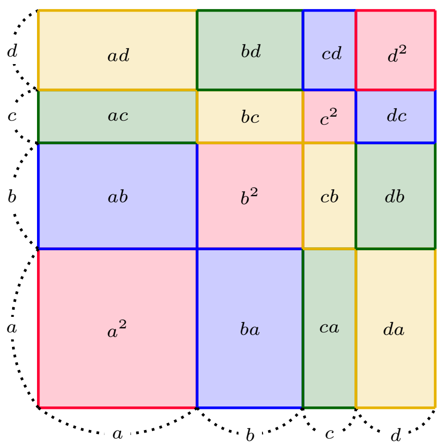
右と左の図形は、いずれも横 $(x+a)$、縦 $(x+b)$ の長方形である。左の図形は長方形全体の面積が $(x+a)(x+b)$ であることを示している。
一方で右の図形は、長方形を、$x \times x$、$x \times a$、$b \times x$、$a \times b$ の４つの四角形に分割している。面積が等しいので、以下の公式が成り立つ。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

例 16

$$\begin{aligned}
&(a+b+c)^2 \\
&= a^2 + b^2 + c^2 \\
&\qquad +2ab + 2bc + 2ca
\end{aligned}$$

問 16



$$\begin{aligned}
&(a+b+c+d)^2 \\
&= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \\
&\qquad +2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd
\end{aligned}$$

例 17

$$\begin{aligned}
(a+2b-c)^2 &= a^2 + (2b)^2 + (-c)^2 \\
&\quad +2a(2b) + 2a(-c) + 2(2b)(-c) \\
&= a^2 + 4b^2 + c^2 \\
&\quad +4ab - 2ac - 4bc
\end{aligned}$$

問 17

$$\begin{aligned}
(x-y+3z)^2 &= x^2 + (-y)^2 + (3z)^2 \\
&\quad +2x(-y) + 2x(3z) + 2(-y)(3z) \\
&= x^2 + y^2 + 9z^2 \\
&\quad -2xy + 6xz - 6yz
\end{aligned}$$