

和・差を積になおす公式

$$\boxed{1} \quad \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{3} \quad \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{4} \quad \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

和積の公式も加法定理から導くことができる。

$$\boxed{1} \quad \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ +) \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

ここで $A = \alpha + \beta$, $B = \alpha - \beta$ とすると、

$A + B = 2\alpha$, $A - B = 2\beta$ とできるので、

$$\alpha = \frac{A+B}{2}, \quad \beta = \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{3} \quad \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ +) \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

ここで $A = \alpha + \beta$, $B = \alpha - \beta$ とすると、

$A + B = 2\alpha$, $A - B = 2\beta$ とできるので、

$$\alpha = \frac{A+B}{2}, \quad \beta = \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

問 1 次の式が成り立つことを示しなさい。

$$\boxed{4} \quad \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

例 2 $\sin 105^\circ + \sin 15^\circ$ の値を求めよ。

答

問 2 $\cos 165^\circ + \cos 75^\circ$ の値を求めよ。

答

例 3 $\sin 5x - \sin 3x$ を 2 つの三角関数の積の形になおせ。

答

問 3 $\cos 7x - \cos 3x$ を 2 つの三角関数の積になおせ。

答

