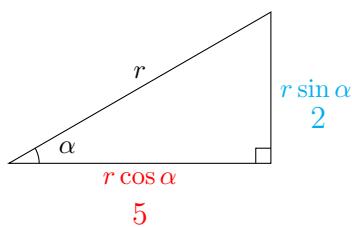
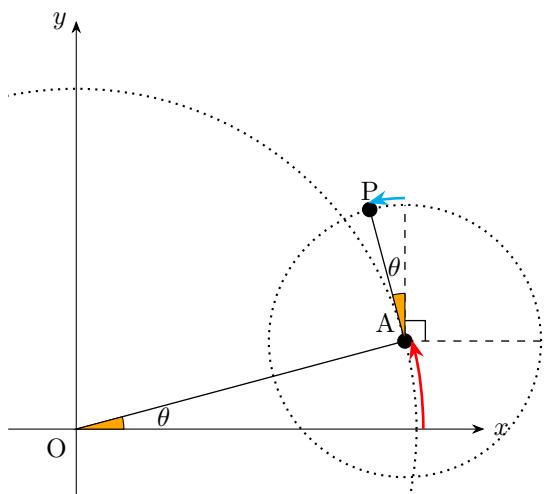


「 $5 \sin \theta + 2 \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。」という問題を解くときに描く、この三角形は何を表しているのか？



これを考えるために、次のようなアニメーションを考えてみてください。

- (1) 中心 $(0, 0)$ 半径 5 の円周上を正の方向に回転する点 A (0° から出発)
- (2) 点 A を中心とし、半径 2 の円周上を正の方向に回転する点 P (90° から出発)
- (3) A が1回転する間に点 P も点 A の周囲をちょうど1回転する。



OA の角を θ とすると、点 A の座標は、 $(5 \cos \theta, 5 \sin \theta)$ と表すことができます。

点 P は、点 A に対して、 $(2 \cos(\theta + 90^\circ), 2 \sin(\theta + 90^\circ))$ だけズれます。

ここで、

$$\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta$$

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta$$

であるので、

点 P の座標は、

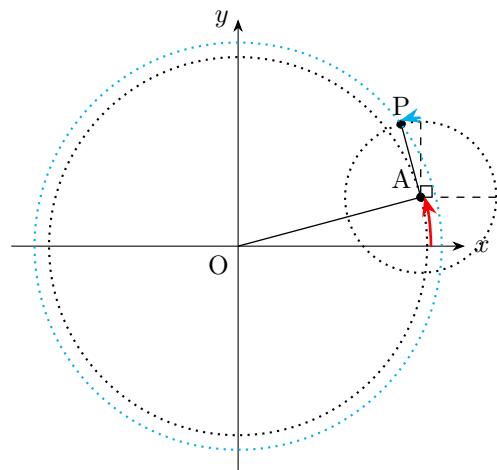
$$(5 \cos \theta, 5 \sin \theta) + (-2 \sin \theta, 2 \cos \theta)$$

$$= (5 \cos \theta - 2 \sin \theta, 5 \sin \theta + 2 \cos \theta)$$

すなわち、点 P の y 座標は $5 \sin \theta + 2 \cos \theta$ と表されるのです。

このアニメーションを動かしてみると、点 P は原点 $(0, 0)$ からの距離が常に等しいことが分かります。

$\angle OAP = 90^\circ$ となるので、直角三角形が回転しているような状態になっているからです。この直角三角形が一番最初の三角形です。



点 P は、最初の三角形の $r = \sqrt{29}$ を半径とした円周上を動いているのです。点 A の角度から α だけ先に進む形で。だから点 P の y 座標は、 $\sqrt{29} \sin(\theta + \alpha)$ と表すことができるるので、以下の式が成り立つのです。

$$5 \sin \theta + 2 \cos \theta = \sqrt{29} \sin(\theta + \alpha)$$