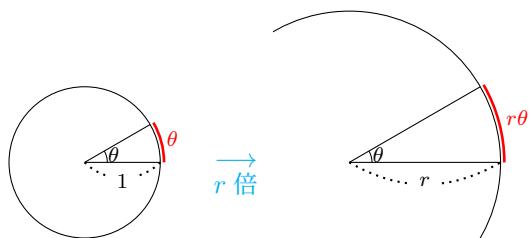


## 扇形の弧の長さと面積

弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。



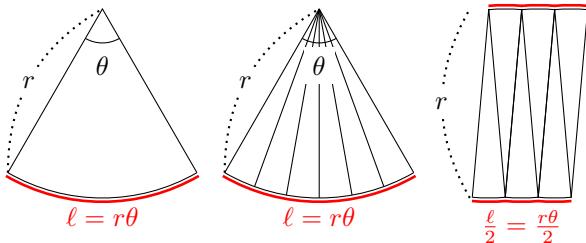
半径 1 のとき

角  $\theta$  の弧の長さ  $\theta$ 半径  $r$  のとき角  $\theta$  の弧の長さ  $r\theta$ 

## 弧度法: 弧の長さと扇形の面積

弧の長さ  $\ell = r\theta$

扇形の面積  $S = \frac{1}{2} \ell r = \frac{1}{2} r^2 \theta$



**例 1** 半径 3、中心角  $\frac{\pi}{4}$  の扇形の弧の長さ  $\ell$  と面積  $S$  を求めよ。

答  $\ell =$  ,  $S =$

**問 1** 半径 6、中心角  $\frac{3}{4}\pi$  の扇形の弧の長さと面積を求めよ。

答  $\ell =$  ,  $S =$

## 例 2

次の値を求めよ。

- (1) 半径が 5 で、弧の長さが  $\frac{5\pi}{3}$  の扇形の中心角  $\theta$   
 (2) 中心角が  $\frac{2\pi}{3}$  で、面積が  $\frac{32\pi}{3}$  の扇形の半径  $r$

## 問 2

次の値を求めよ。

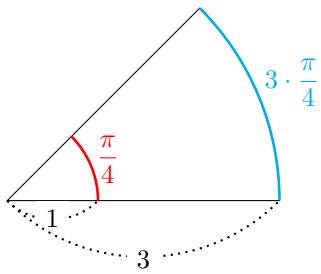
- (1) 中心角が  $\frac{\pi}{6}$  で弧の長さが  $\frac{5\pi}{2}$  の扇形の半径  $r$   
 (2) 半径が 4、面積が  $6\pi$  の扇形の中心角  $\theta$

## 問 3

半径 12 の円から、中心角  $\alpha$  の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、 $\alpha$  を求めよ。

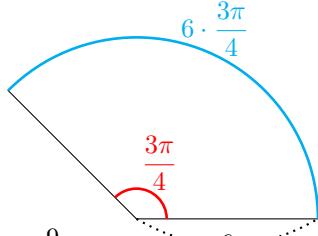
答  $\alpha =$

**例 1** 半径 3、中心角  $\frac{\pi}{4}$  の扇形の弧の長さ  $\ell$  と面積  $S$  を求めよ。



$$\ell = \frac{3\pi}{4}, \quad S = 3 \times \frac{1}{2} \cdot \frac{3\pi}{4} = \frac{9\pi}{8}$$

**問1** 半径6、中心角 $\frac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。



$$\ell = 6 \times \frac{3}{4}\pi = \frac{9}{2}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \times \frac{9}{2}\pi = \frac{27}{2}\pi$$

**例 2** 次の値を求めよ。

- (1) 半径が 5 で、弧の長さが  $\frac{5\pi}{3}$  の扇形の中心角  $\theta$

(2) 中心角が  $\frac{2\pi}{3}$  で、面積が  $\frac{32\pi}{3}$  の扇形の半径  $r$

(1) 半径が 5 で、弧の長さが  $\frac{5\pi}{3}$  の扇形の中心角  $\theta$

弧の長さを  $\ell$  とすると、 $\ell = r\theta$  であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

答  $\theta = \frac{\pi}{3}$

- (2) 中心角が  $\frac{2\pi}{3}$  で、面積が  $\frac{32\pi}{3}$  の扇形の半径  $r$   
 面積を  $S$  とすると、 $S = \frac{1}{2}r^2\theta$  であるから、

$$\frac{32\pi}{3} = \frac{1}{2}r^2 \cdot \frac{2\pi}{3}$$

$$r^2 = 32$$

答  $r = 4\sqrt{2}$

問 2 次の値を求めよ。

- (1) 中心角が  $\frac{\pi}{6}$  で弧の長さが  $\frac{5\pi}{2}$  の扇形の半径  $r$

(2) 半径が 4、面積が  $6\pi$  の扇形の中心角  $\theta$

(1) 中心角が  $\frac{\pi}{6}$  で弧の長さが  $\frac{5\pi}{2}$  の扇形の半径  $r$

弧の長さを  $\ell$  とすると、 $\ell = r\theta$  であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

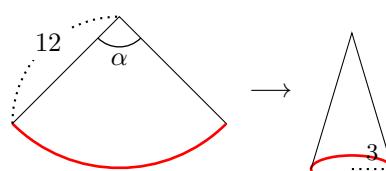
答  $r = 15$

- (2) 半径が 4、面積が  $6\pi$  の扇形の中心角  $\theta$   
 面積を  $S$  とすると、 $S = \frac{1}{2}r^2\theta$  であるから

$$6\pi = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \theta$$

答  $\theta = \frac{3}{4}\pi$

**問3** 半径12の円から、中心角 $\alpha$ の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が3になるとき、 $\alpha$ を求めよ。



扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。

扇形の弧の長さ :  $\ell = 12\alpha$

円錐の底面の円周 :  $3 \times 2\pi \equiv 6\pi$

よって、 $12\alpha = 6\pi$

答  $\alpha = \frac{\pi}{2}$