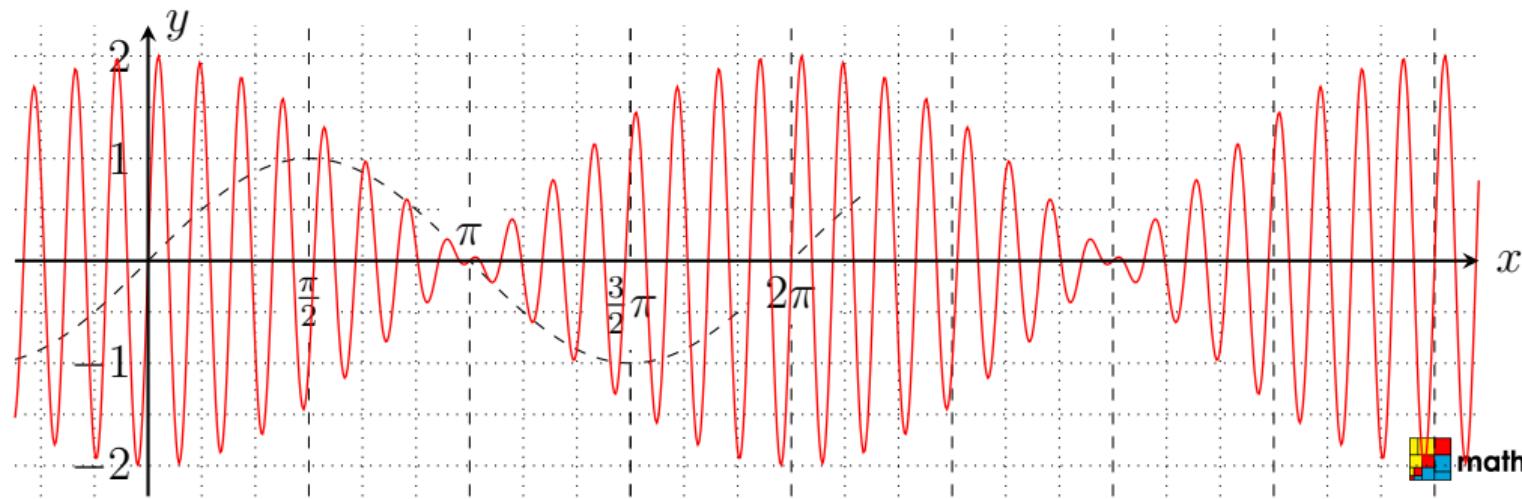


# 三角関数

## 3101. うなり現象を和積公式で説明

音程が少しだけずれている2つの音を鳴らすと「うなり現象」が生じるのはなぜか？



# 今回の学習目標

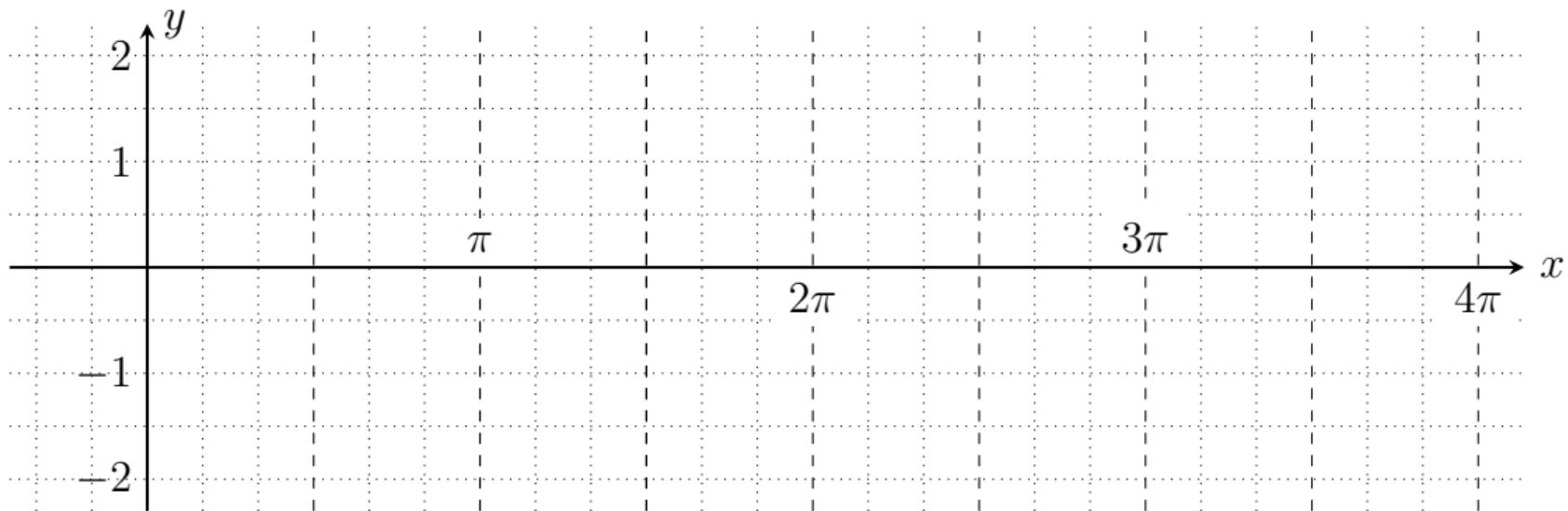
音の合成のうなりを三角関数で解明

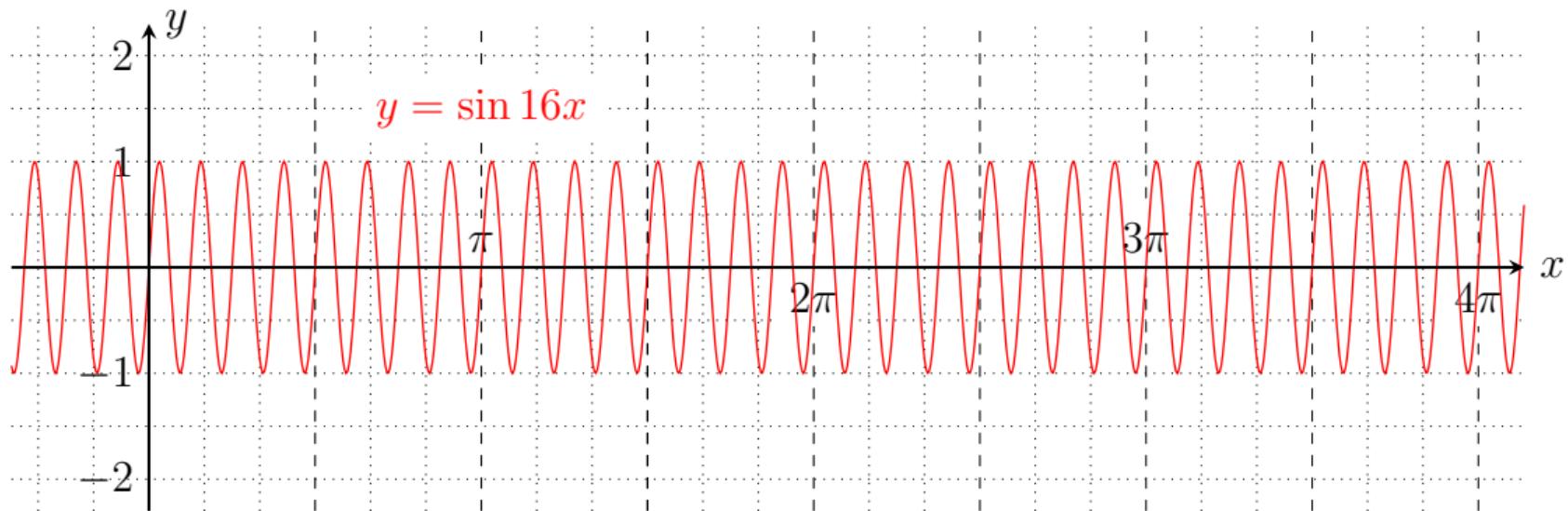
- 和積の公式が関係？

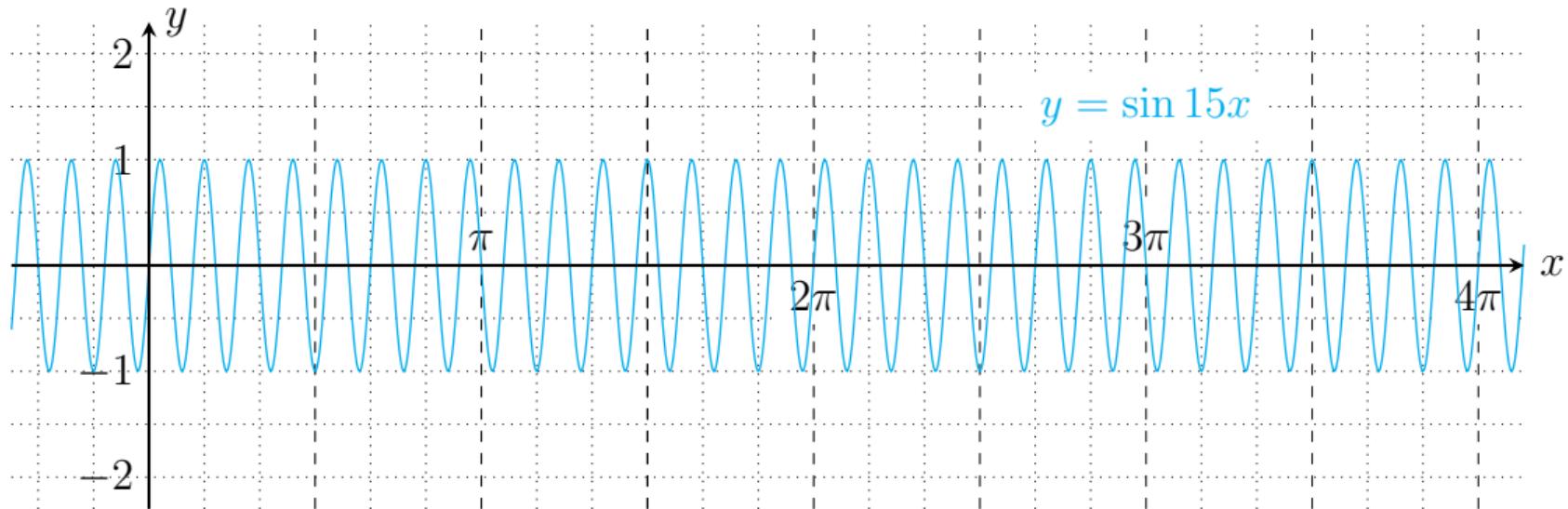
## 音のうなり現象

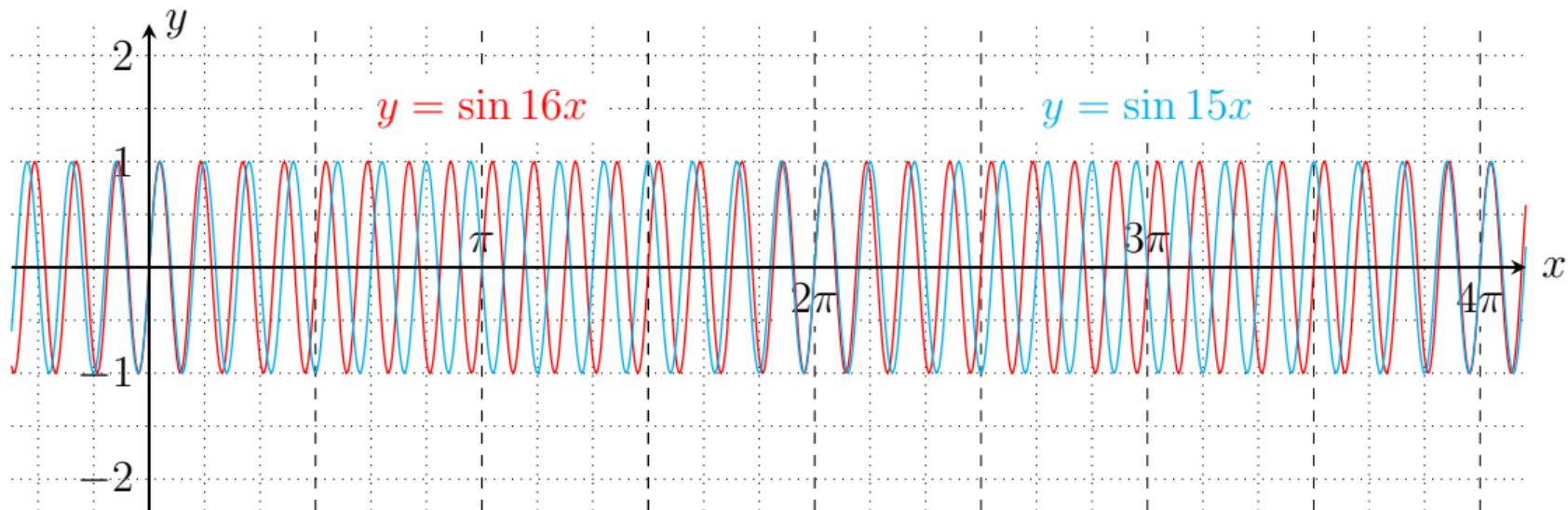
音程が少しだけずれている2つの音を鳴らすと、音が大きくなったり小さくなったりする「うなり現象」が生じる。ひとつひとつの音は一定の音なのにどうして、二つが合わさると「うなり」が生じるのか？

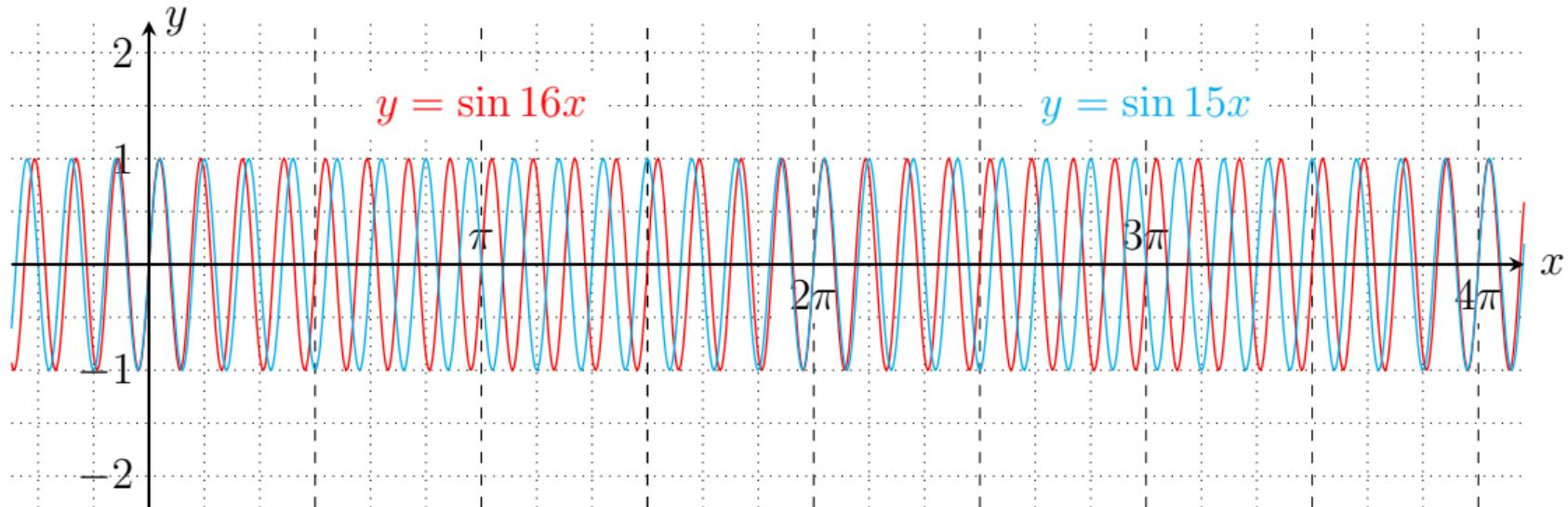
Geogebra で  $y = \sin 16x$  と  $y = \sin 15x$  の波を描いてください。



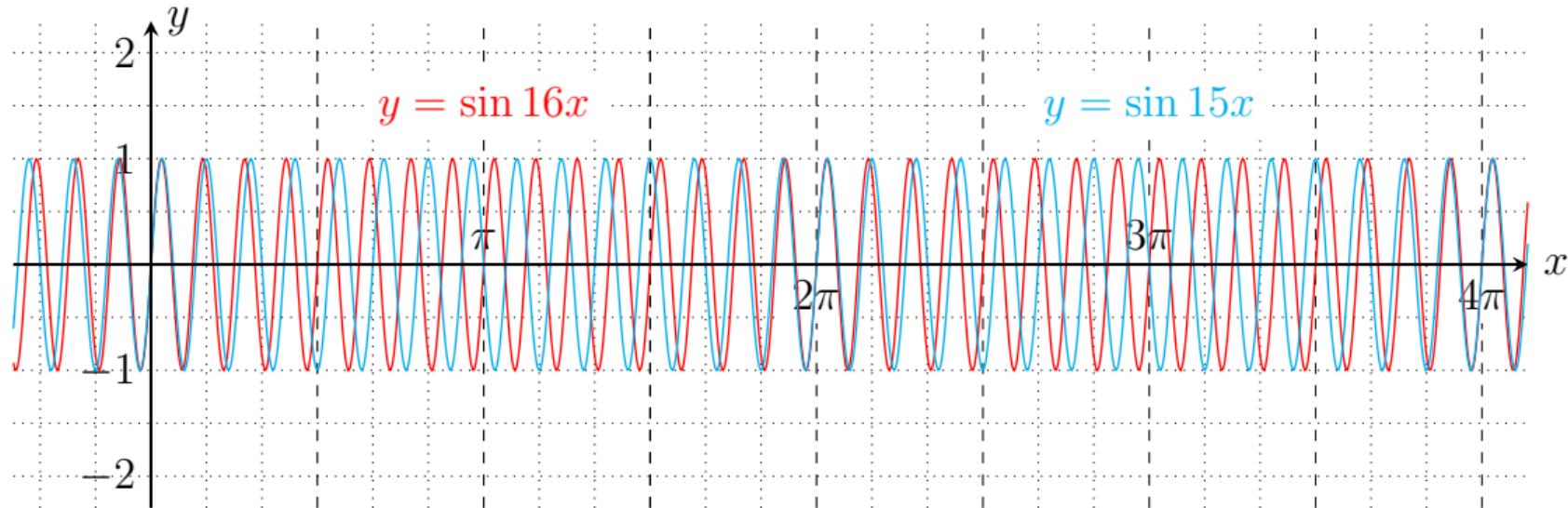






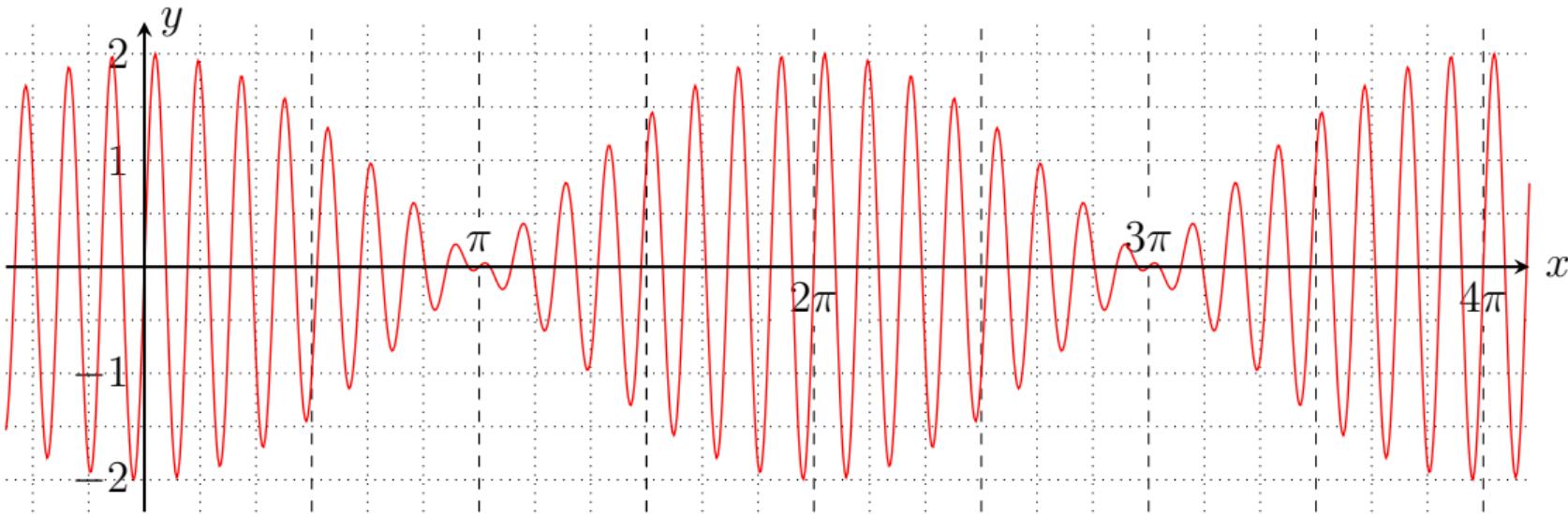


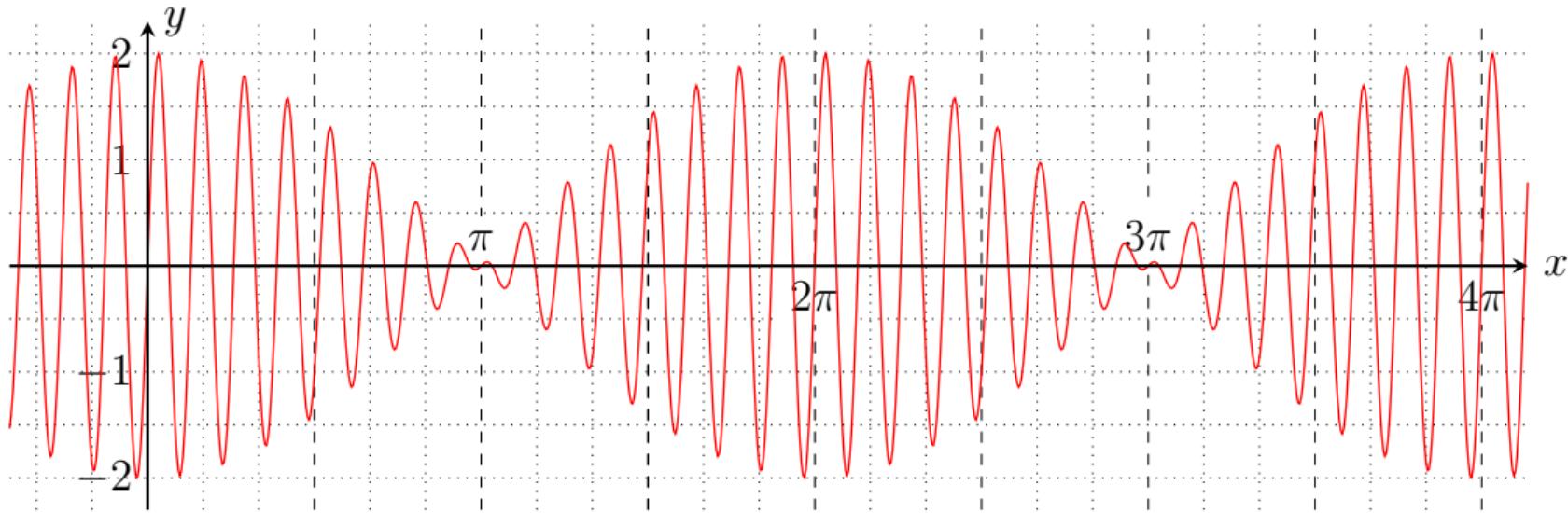
(1) 2つのグラフを重ねた模様には、どのような特徴があるでしょうか？



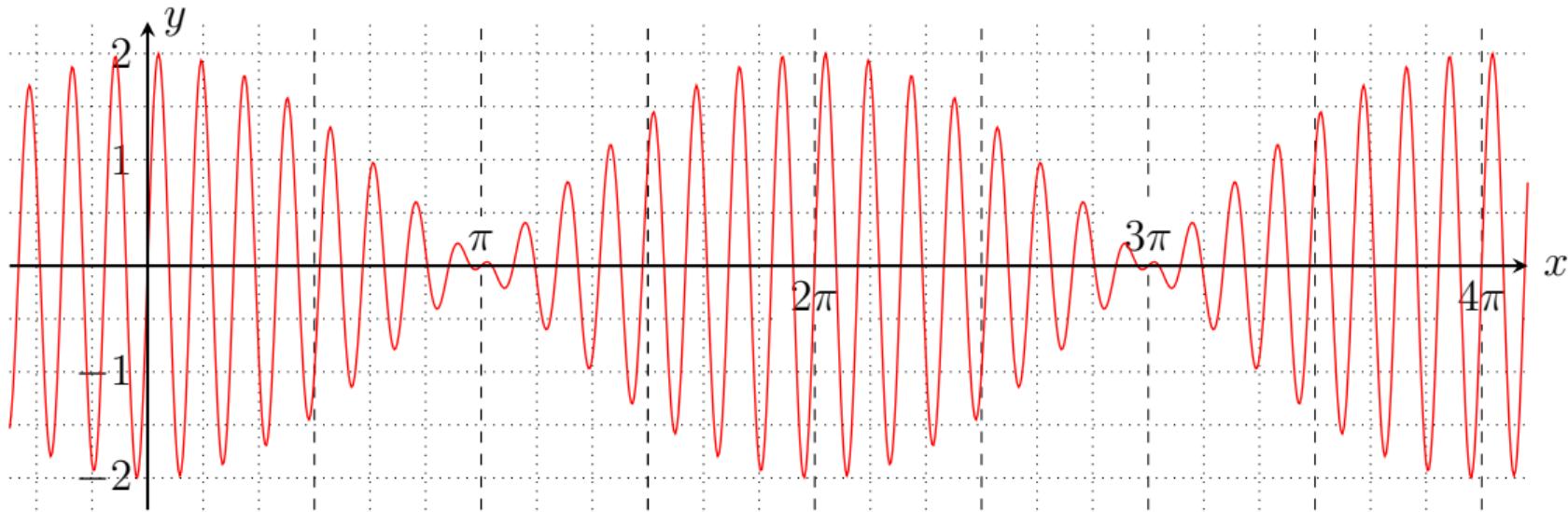
- (1) 2つのグラフを重ねた模様には、どのような特徴があるでしょうか？
- (2)  $y = \sin 16x + \sin 15x$  のグラフはどのようなグラフになるでしょうか？

実際に  $y = \sin 16x + \sin 15x$  のグラフを描いてみよう。

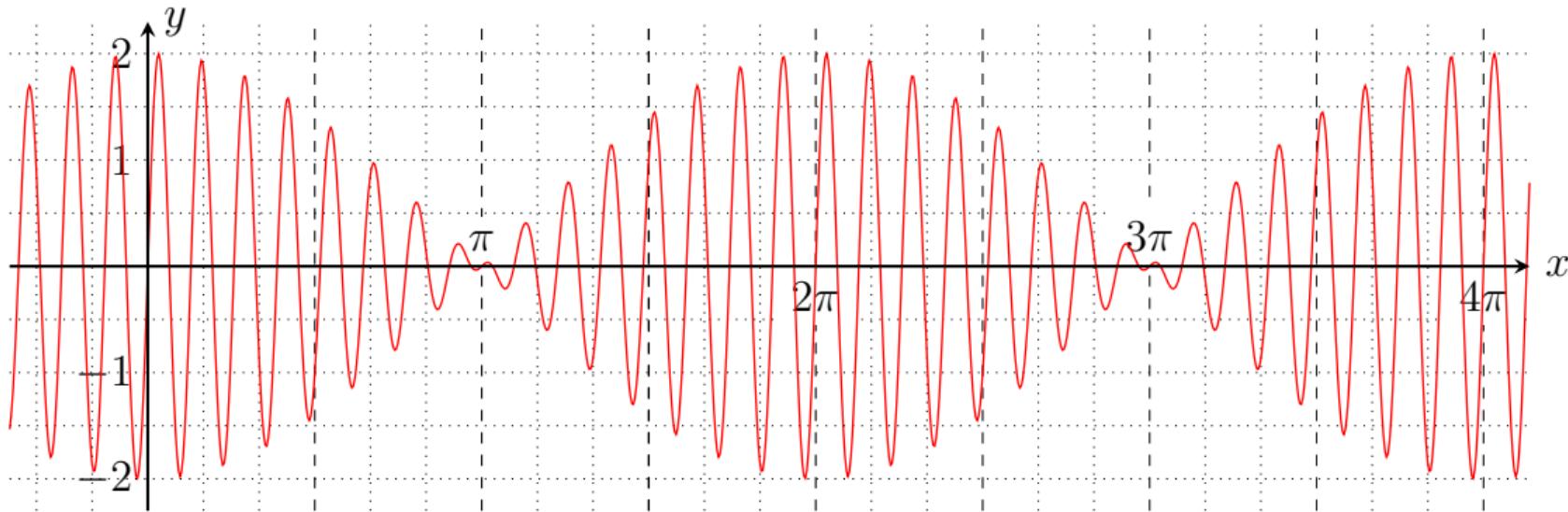




(1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？



- (1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？
- (2) 大きな波の周期、振幅はどうなっていますか？



- (1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？
- (2) 大きな波の周期、振幅はどうなっていますか？
- (3) 2つの  $y = \sin 16x$  と  $y = \sin 15x$  の波から、この波の結果をどうすれば予測できるでしょうか？

和積の公式で  $y = \sin 16x + \sin 15x$  を積の形に直すと、

和積の公式で  $y = \sin 16x + \sin 15x$  を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

和積の公式で  $y = \sin 16x + \sin 15x$  を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases}$$

和積の公式で  $y = \sin 16x + \sin 15x$  を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 15.5x \\ \beta = 0.5x \end{cases}$$

和積の公式で  $y = \sin 16x + \sin 15x$  を積の形に直すと、

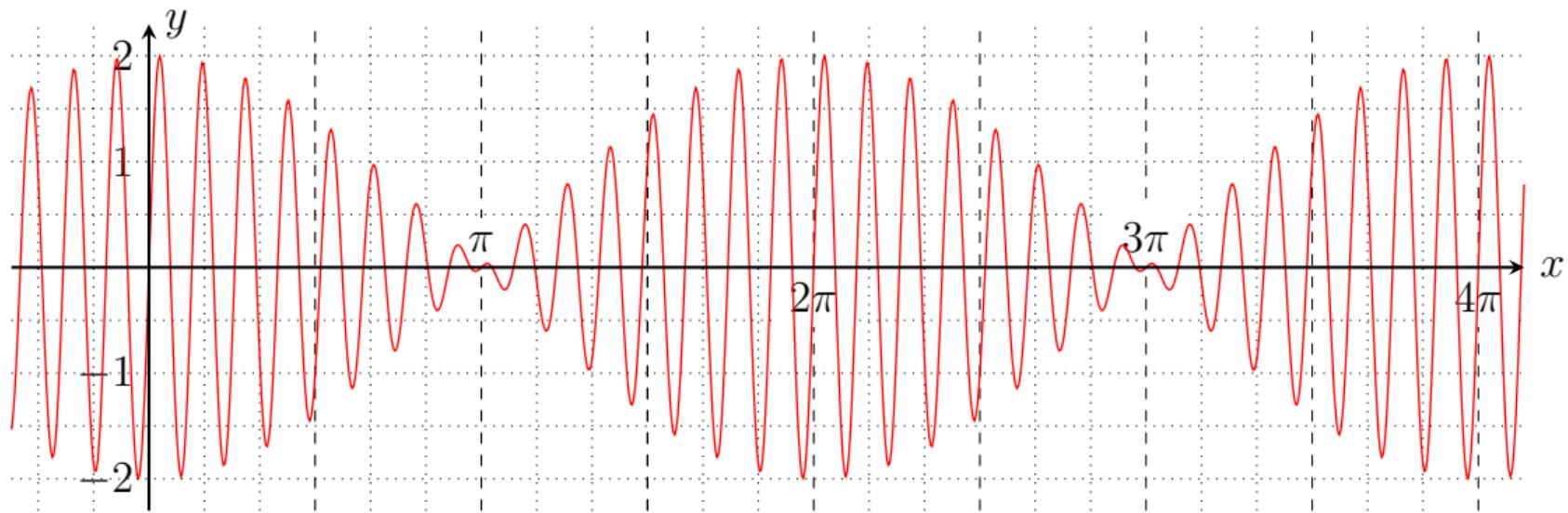
$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 15.5x \\ \beta = 0.5x \end{cases}$$

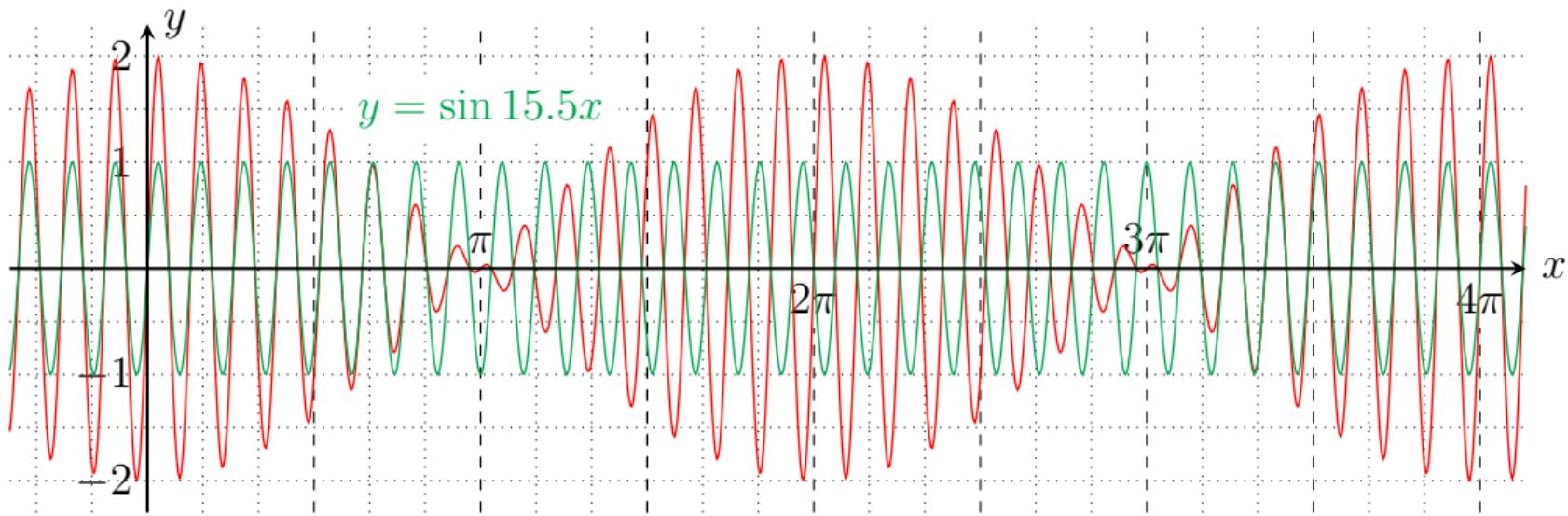
したがって、 $y = \sin 16x + \sin 15x$  は以下のように変形できる。

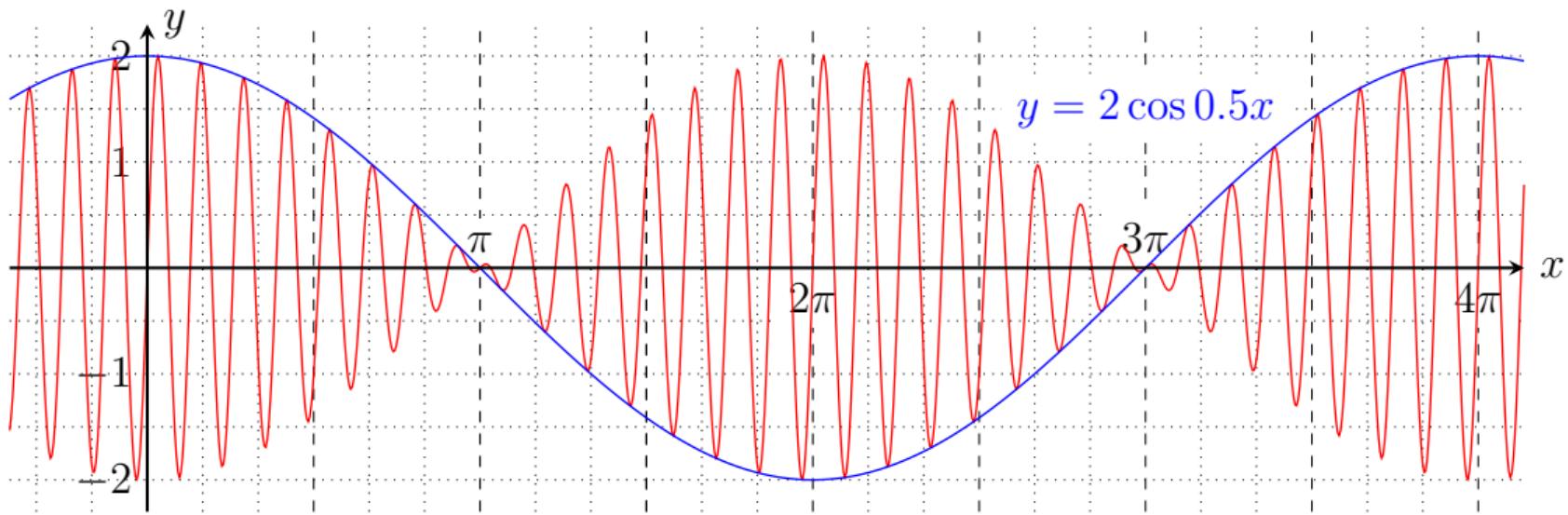
$$y = 2 \sin 15.5x \cos 0.5x$$

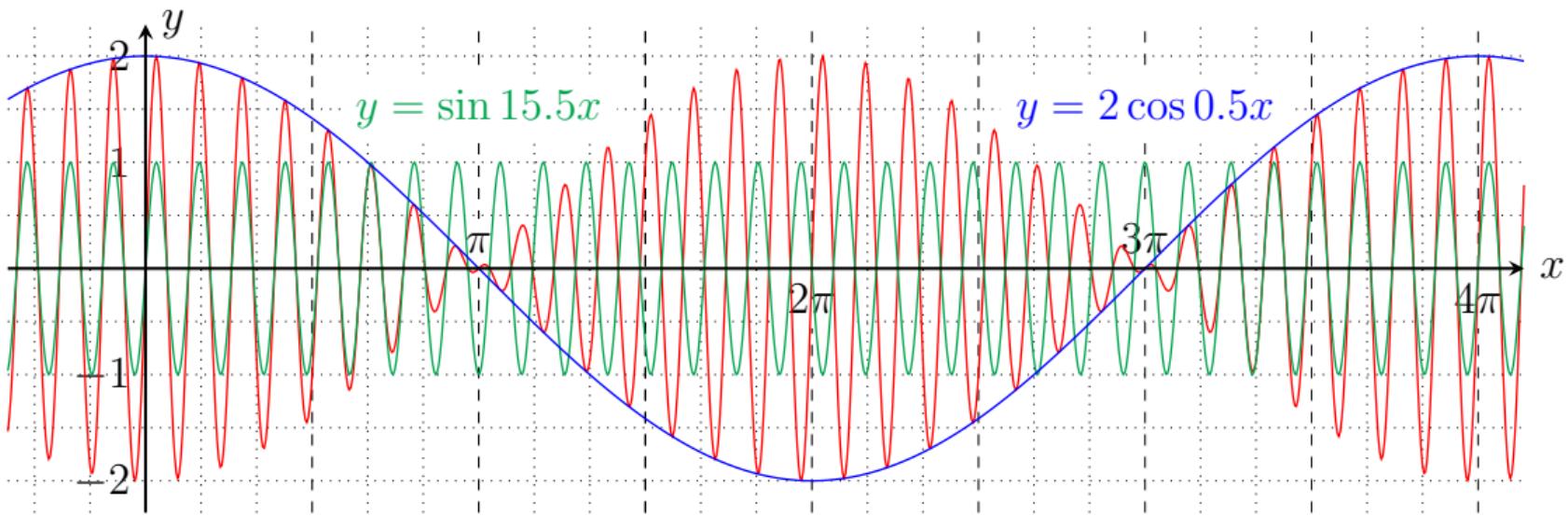
$y = \sin 16x + \sin 15x$  のグラフに重ねて、次のグラフを描いてみよう。

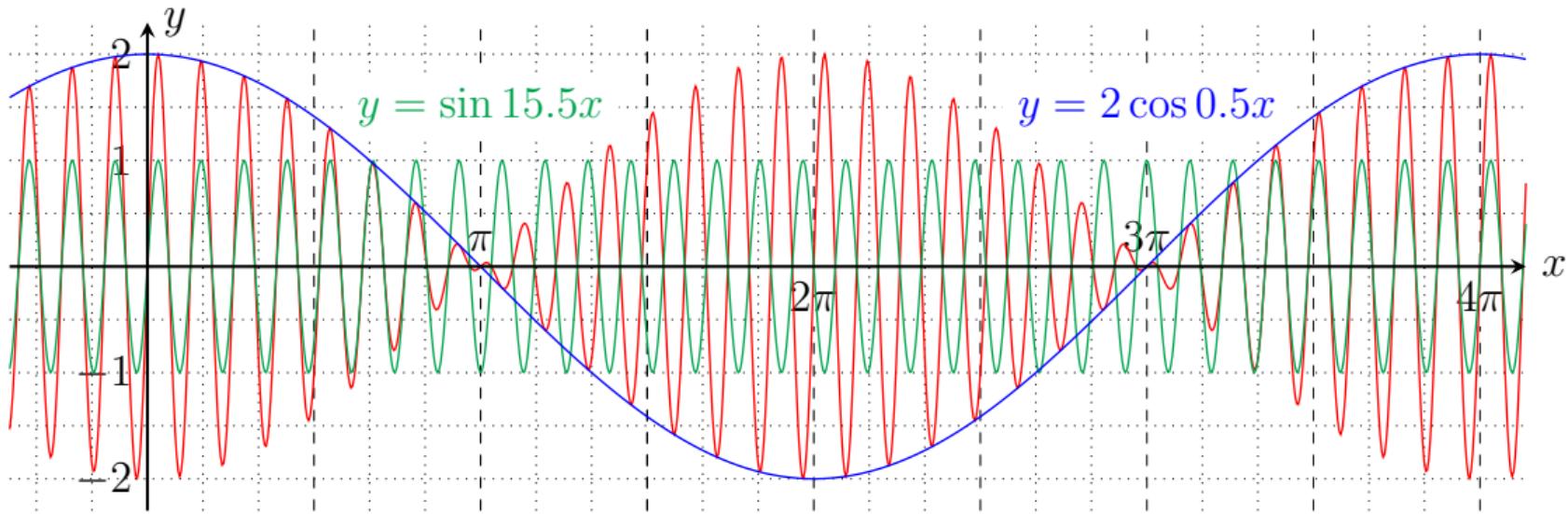
- (1)  $y = 2 \sin 15.5x \cos 0.5x$
- (2)  $y = \sin 15.5x$  と  $y = 2 \cos 0.5x$





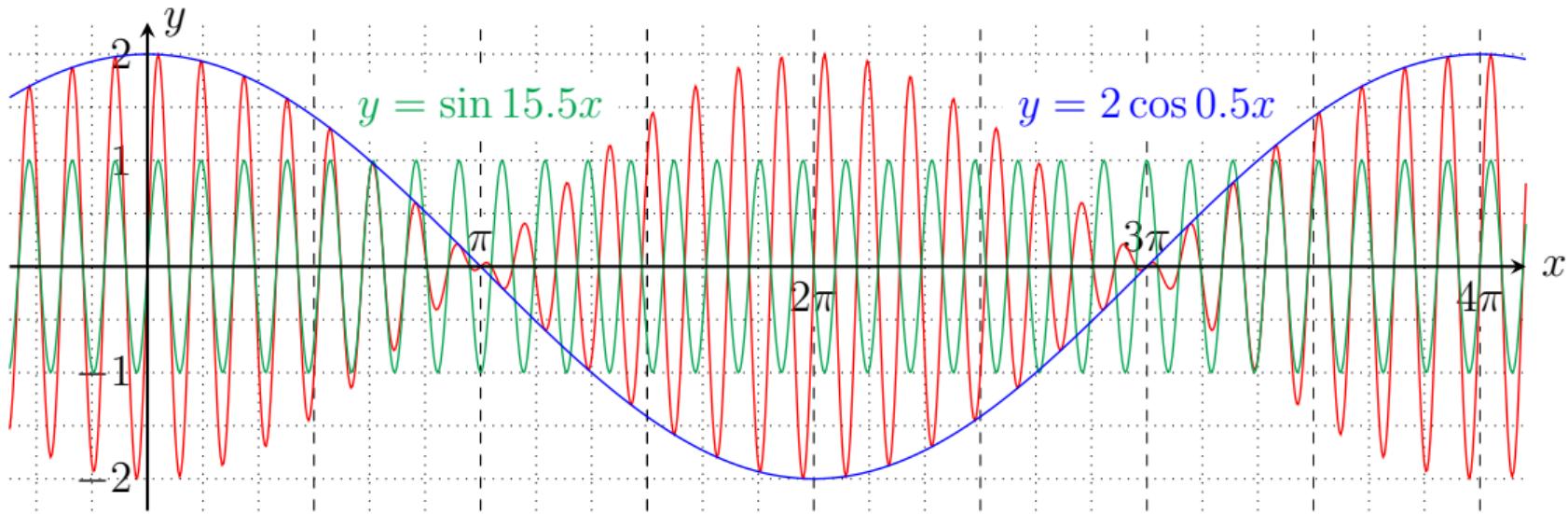






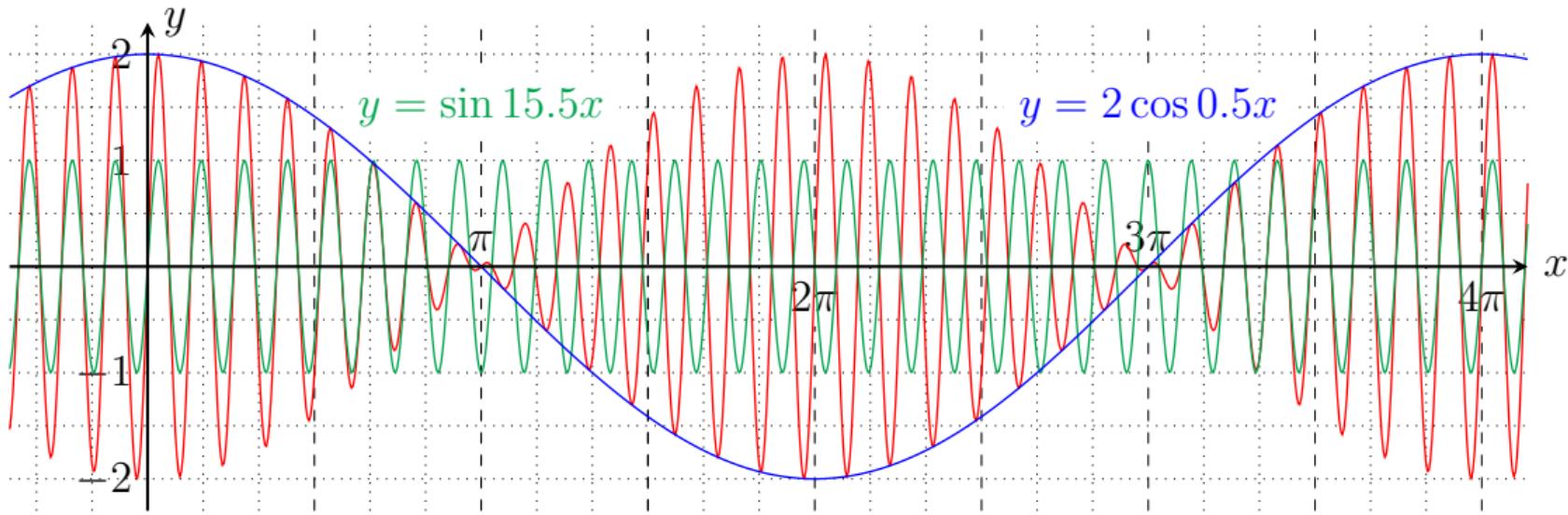
$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$$



$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$  は、 $y = \sin 15.5x$  のグラフを元にして、



$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$  は、 $y = \sin 15.5x$  のグラフを元にして、振幅を  $y = 2 \cos 0.5x$  倍しているグラフであると言える。

# 今回の学習目標

音の合成のうなりを三角関数で解明

- 和積の公式が関係？