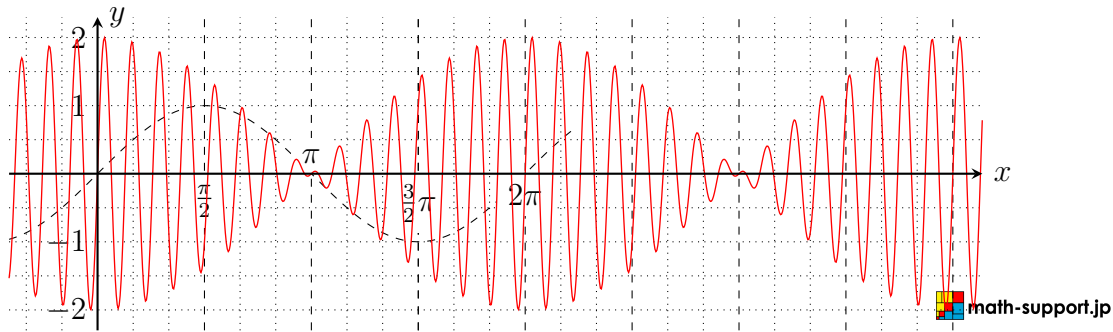


三角関数

3101. うなり現象を和積公式で説明

音程が少しだけずれている 2 つの音を鳴らすと「うなり現象」が生じるのはなぜか？



今回の学習目標

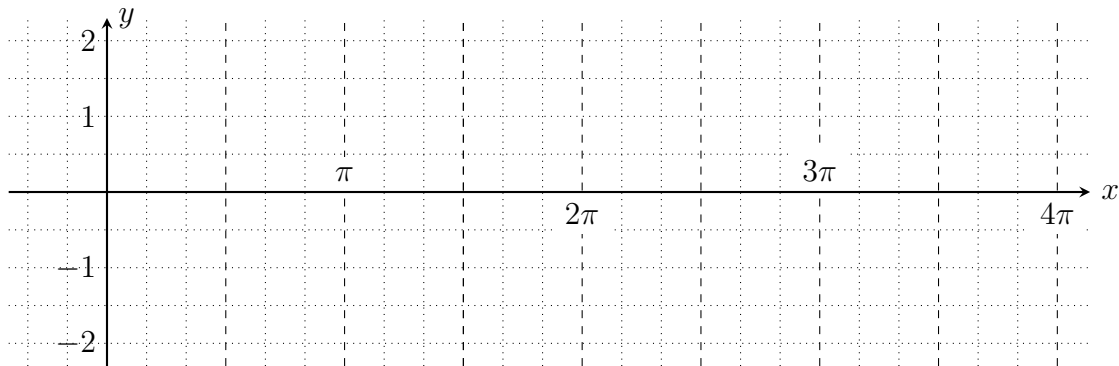
音の合成のうなりを三角関数で解明

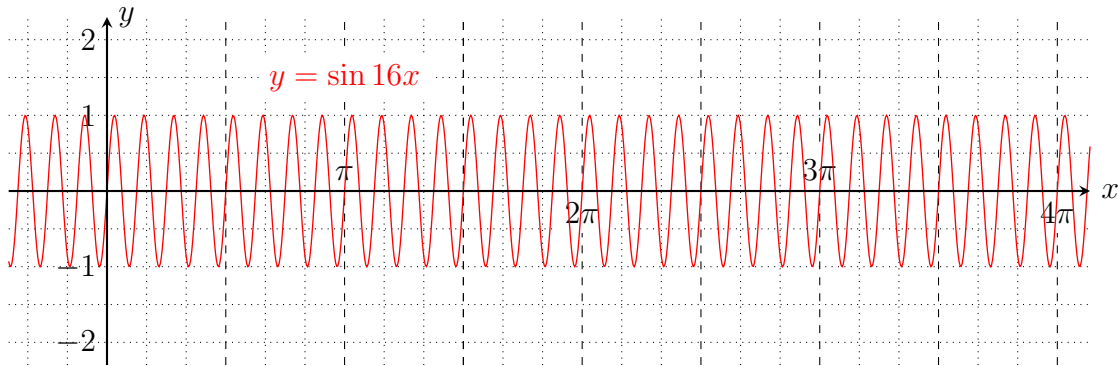
- 和積の公式が関係？

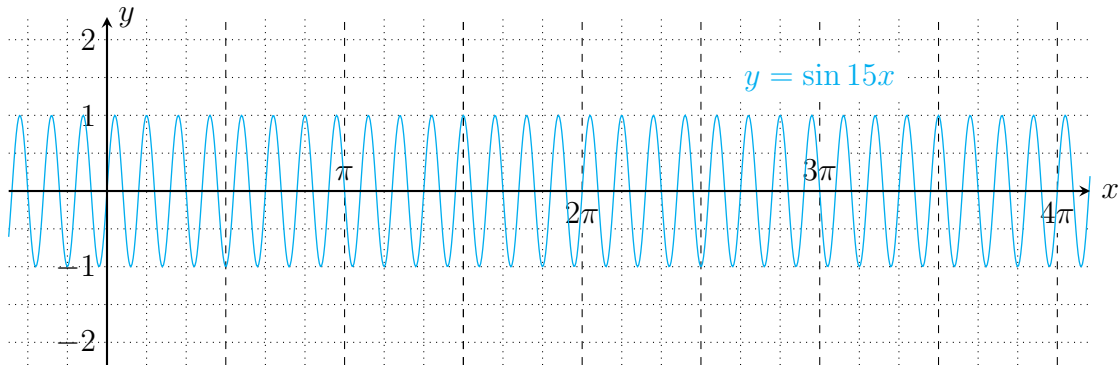
音のうなり現象

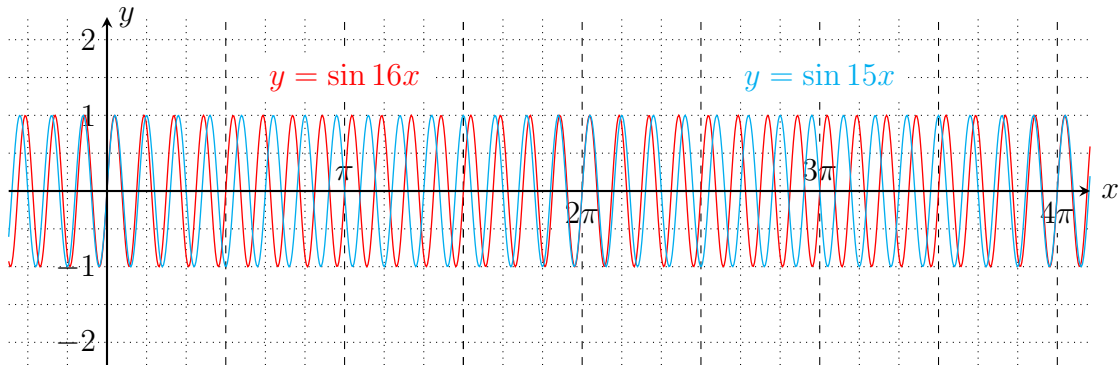
音程が少しだけずれている 2 つの音を鳴らすと、音が大きくなったり小さくなったりする「うなり現象」が生じる。ひとつひとつの音は一定の音なのにどうして、二つが合わさると「うなり」が生じるのか？

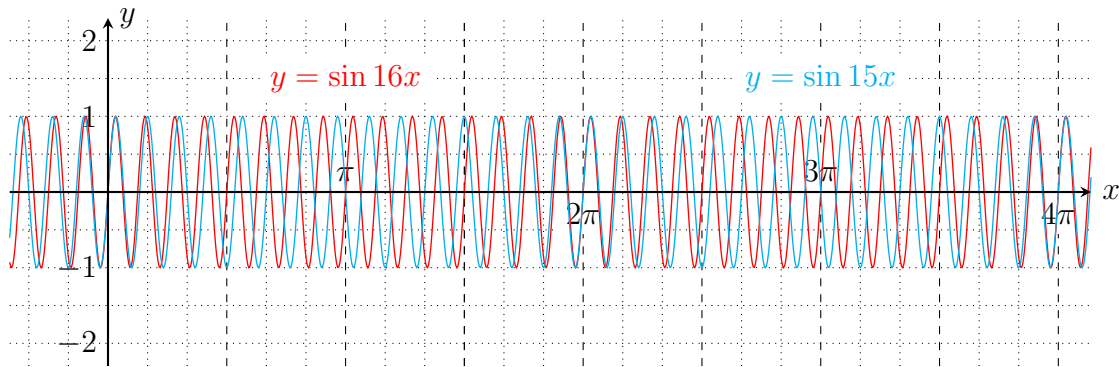
Geogebra で $y = \sin 16x$ と $y = \sin 15x$ の波を描いてください。



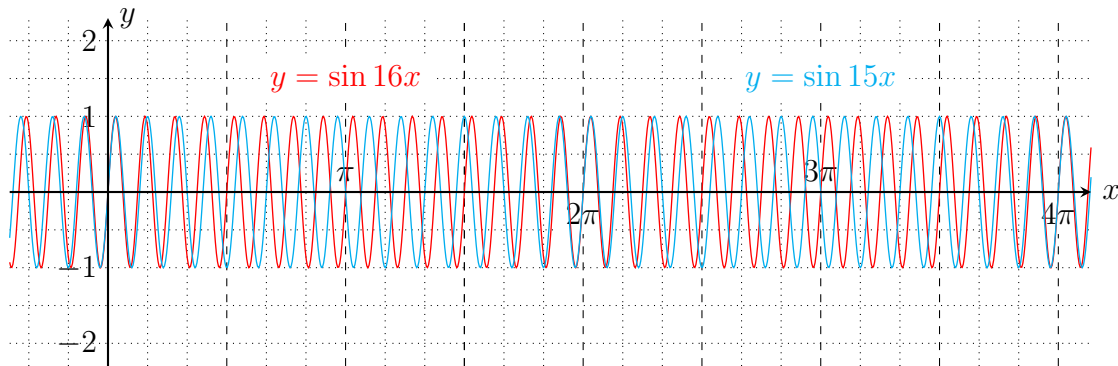






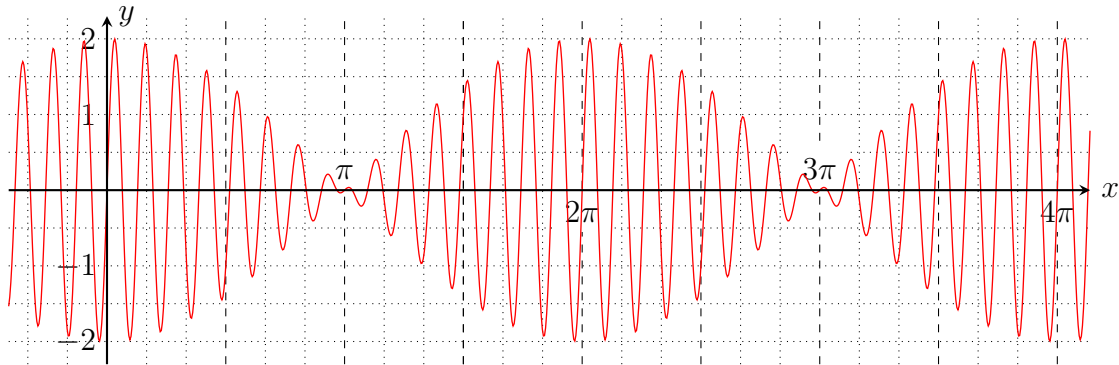


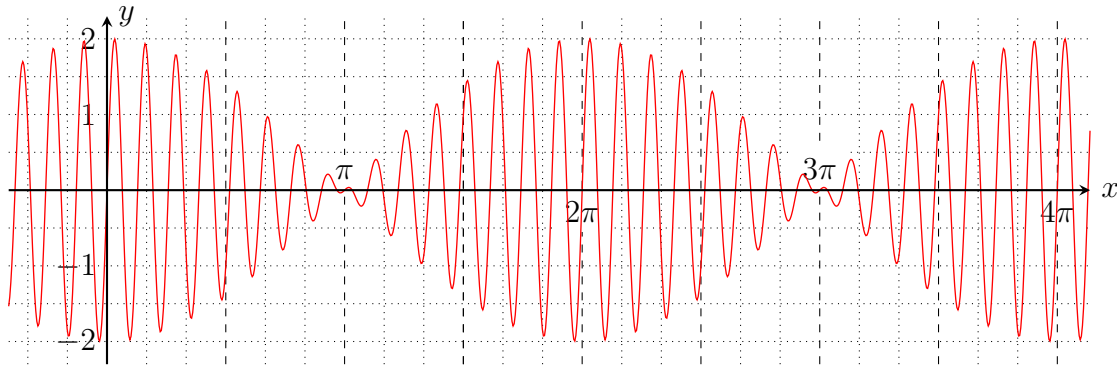
- (1) 2つのグラフを重ねた模様には、どのような特徴があるでしょうか？



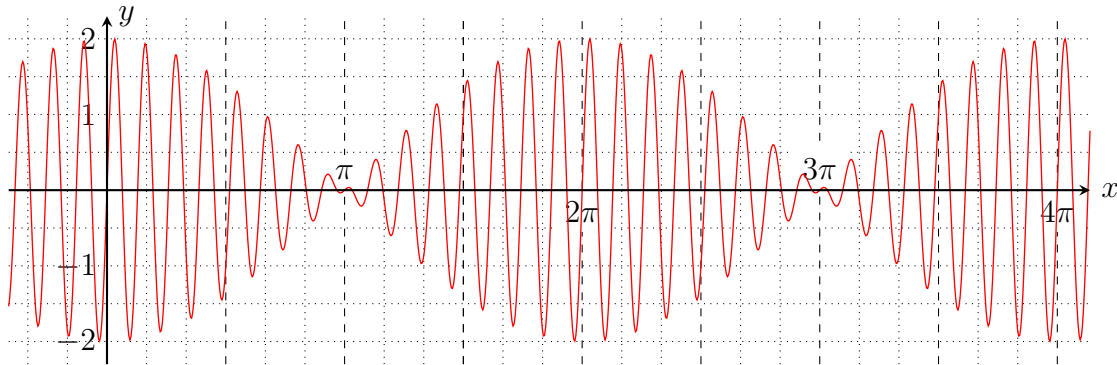
- (1) 2つのグラフを重ねた模様には、どのような特徴があるでしょうか？
- (2) $y = \sin 16x + \sin 15x$ のグラフはどのようなグラフになるでしょうか？

実際に $y = \sin 16x + \sin 15x$ のグラフを描いてみよう。

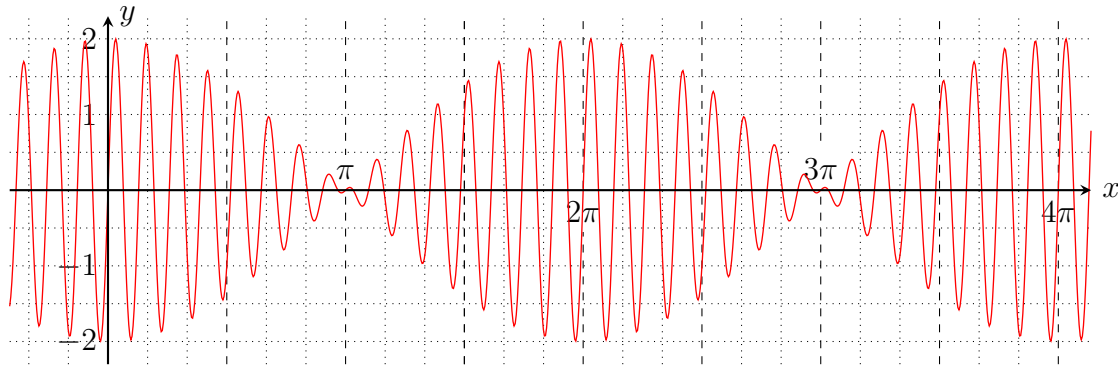




(1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？



- (1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？
- (2) 大きな波の周期、振幅はどうなっていますか？



- (1) この波の特徴を言葉で表すとどうなりますか？
- (2) 大きな波の周期、振幅はどうなっていますか？
- (3) 2つの $y = \sin 16x$ と $y = \sin 15x$ の波から、この波の結果をどうすれば予測できるでしょうか？

和積の公式で $y = \sin 16x + \sin 15x$ を積の形に直すと、

和積の公式で $y = \sin 16x + \sin 15x$ を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$



和積の公式で $y = \sin 16x + \sin 15x$ を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases}$$



和積の公式で $y = \sin 16x + \sin 15x$ を積の形に直すと、

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 15.5x \\ \beta = 0.5x \end{cases}$$

和積の公式で $y = \sin 16x + \sin 15x$ を積の形に直すと、

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) &= 2 \sin \alpha \cos \beta \\ \begin{cases} \alpha + \beta = 16x \\ \alpha - \beta = 15x \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} \alpha = 15.5x \\ \beta = 0.5x \end{cases} \end{aligned}$$

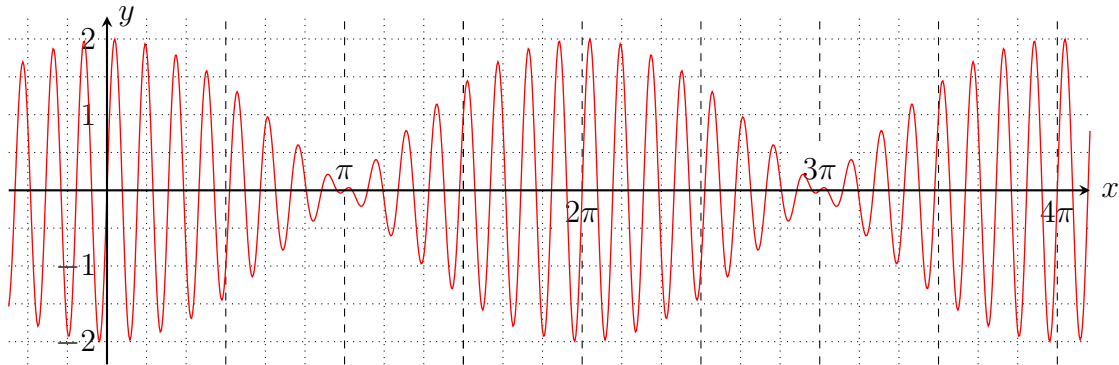
したがって、 $y = \sin 16x + \sin 15x$ は以下のように変形できる。

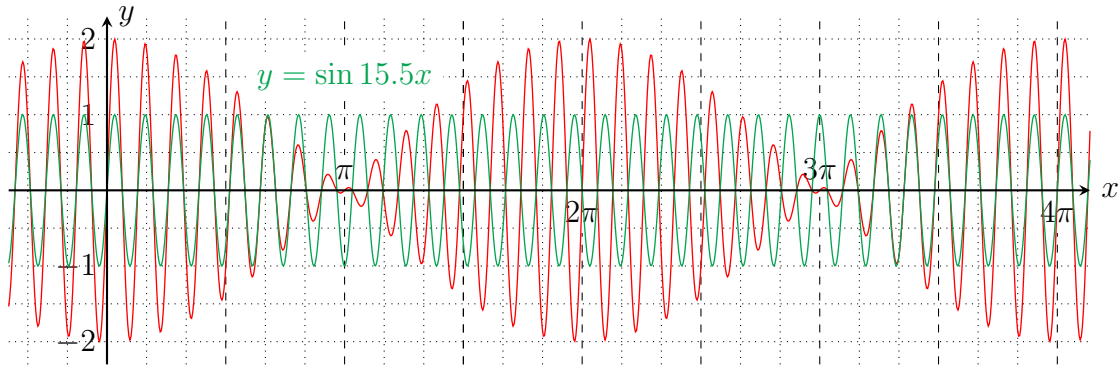
$$y = 2 \sin 15.5x \cos 0.5x$$

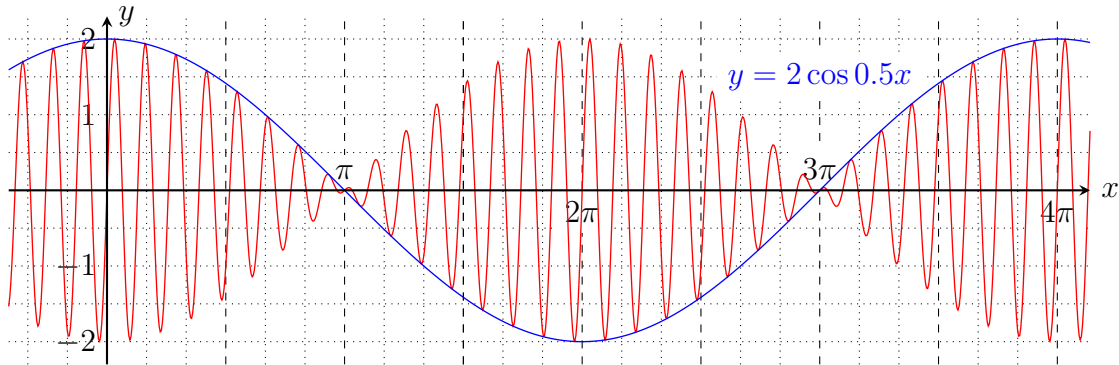
$y = \sin 16x + \sin 15x$ のグラフに重ねて、次のグラフを描いてみよう。

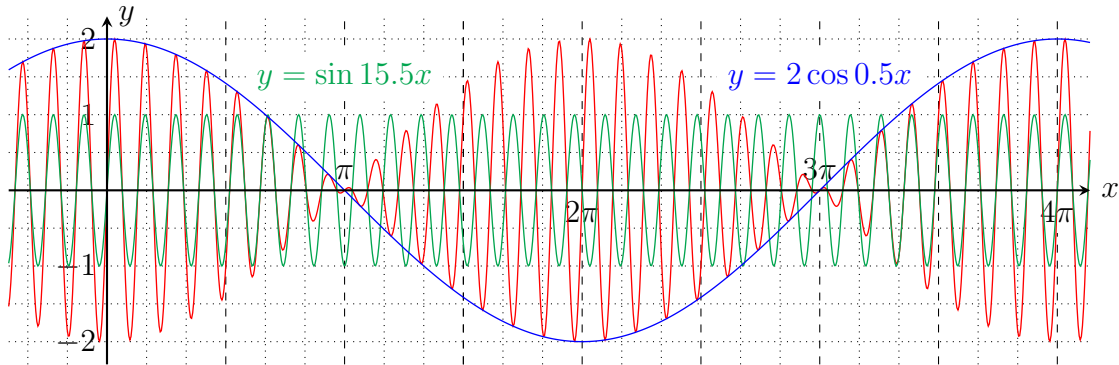
(1) $y = 2 \sin 15.5x \cos 0.5x$

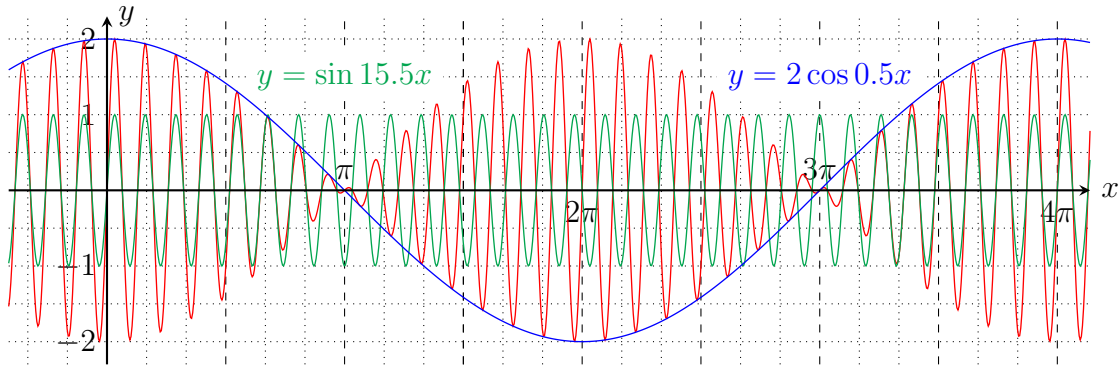
(2) $y = \sin 15.5x$ と $y = 2 \cos 0.5x$





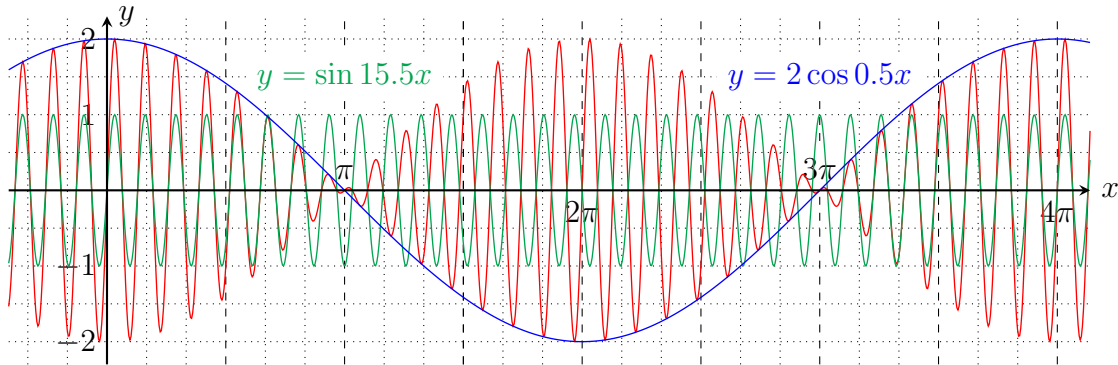






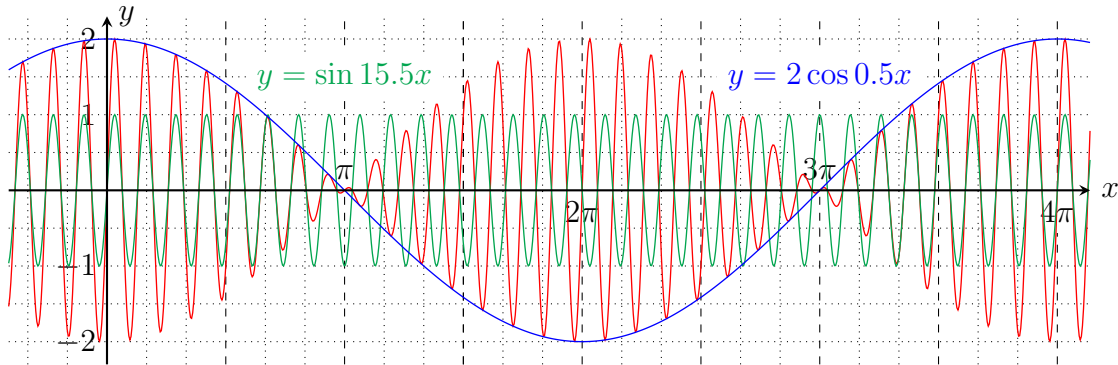
$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$$



$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$ は、 $y = \sin 15.5x$ のグラフを
元にして、



$$y = \sin 16x + \sin 15x$$

$y = 2 \cos 0.5x \cdot \sin 15.5x$ は、 $y = \sin 15.5x$ のグラフを元にして、振幅を $y = 2 \cos 0.5x$ 倍しているグラフであると言える。

今回の学習目標

音の合成のうなりを三角関数で解明

- 和積の公式が関係？