

# 三角関数

## 3100. 和積の公式で方程式

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$   
を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

# 今回の学習目標

三角関数の方程式を解く。

- 和積の公式を因数分解として活用

## 和・差を積になおす公式

$$\boxed{1} \quad \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{3} \quad \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\boxed{4} \quad \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$



## 和・差を積になおす公式

$$\boxed{1} \quad \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\boxed{2} \quad \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\boxed{3} \quad \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\boxed{4} \quad \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$



例 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。



例 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$



例 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$



**例 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$



**例 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta,$$

例 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$



例 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\cos 3\theta + \cos \theta = 0$$



**例 1**

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\cos 3\theta + \cos \theta = 0$$

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$



**例 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos 3\theta + \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\cos 3\theta + \cos \theta = 0$$

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

だから、 $\cos 2\theta = 0$  または、 $\cos \theta = 0$

例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、

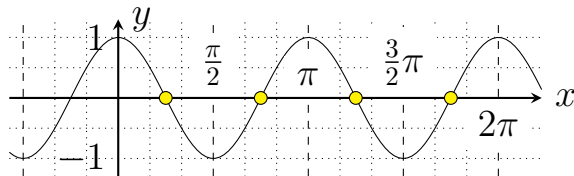


# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、



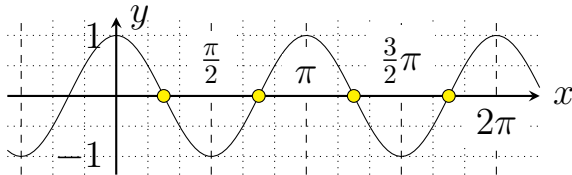


# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi$



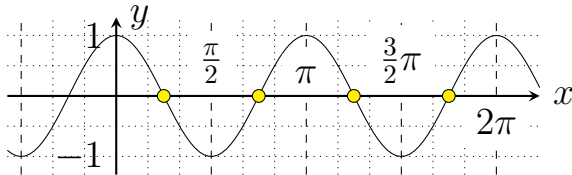
# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、



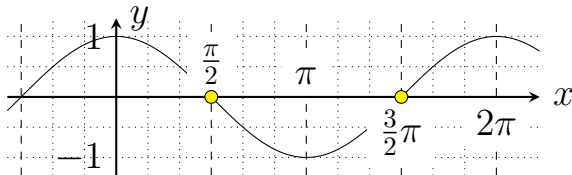
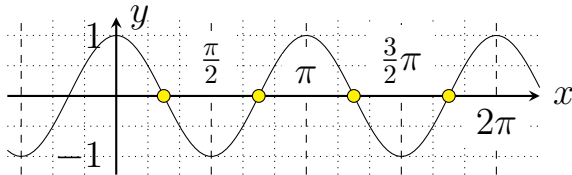
# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、



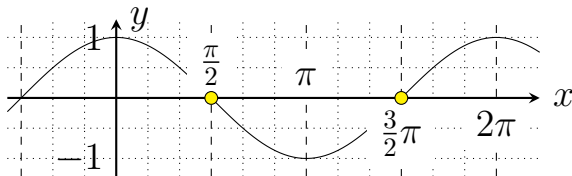
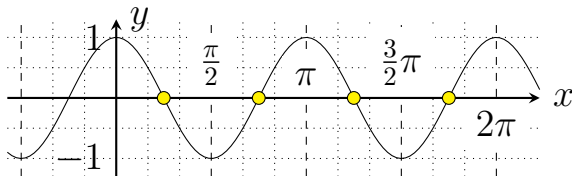
# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$\cos 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi$



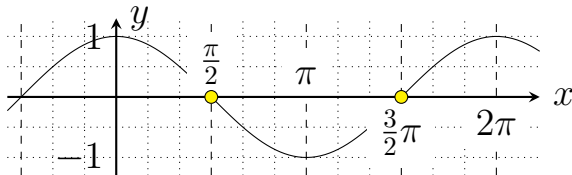
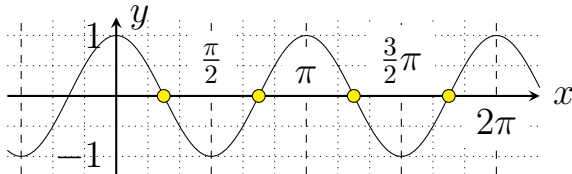
# 例 1

$$2 \cos 2\theta \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ または、} \cos \theta = 0$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ となるのは、}$$
$$\theta = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3}{4}\pi, \quad \frac{5}{4}\pi, \quad \frac{7}{4}\pi$$

$$\cos \theta = 0 \text{ となるのは、}$$
$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi$$



答  $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{7}{4}\pi$

## ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。



## 問 1

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。



**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$



**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta,$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\sin 3\theta + \sin \theta = 0$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\sin 3\theta + \sin \theta = 0$$

$$2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$$

**問 1**  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\sin 3\theta + \sin \theta = 0$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$3\theta = \alpha + \beta$$

$$\theta = \alpha - \beta$$

$$\alpha = 2\theta, \quad \beta = \theta$$

$$\sin 3\theta + \sin \theta = 0$$

$$2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$$

だから、 $\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

問 1  $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$



**問 1**  $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

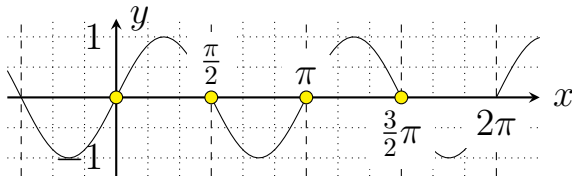
$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、

**問 1**  $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

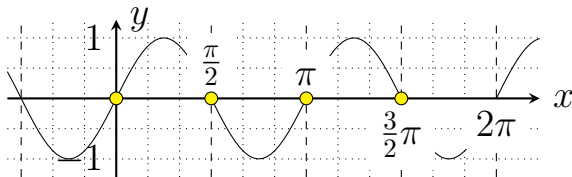
$\sin 2\theta = 0$  となるのは、



**問 1**  $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$

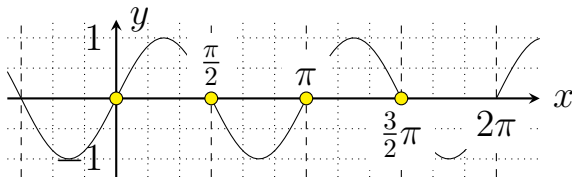


# 問 1 $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、

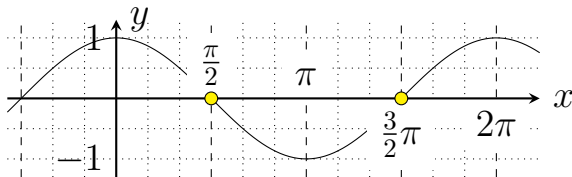
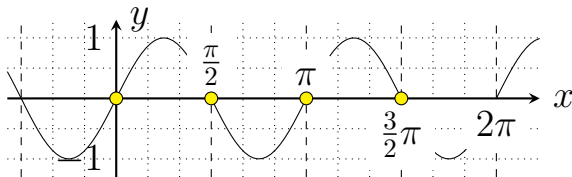


# 問 1 $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、

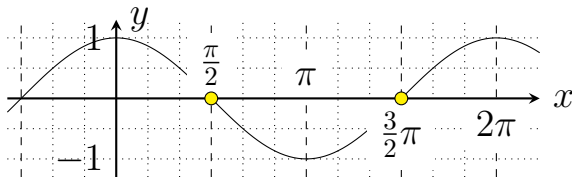
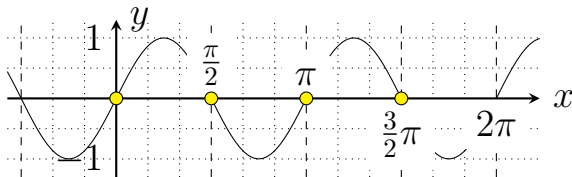


# 問 1 $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi$



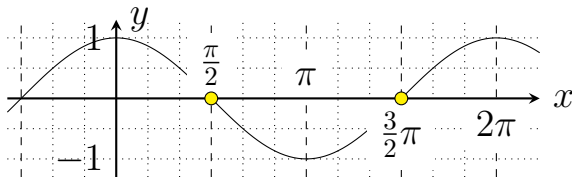
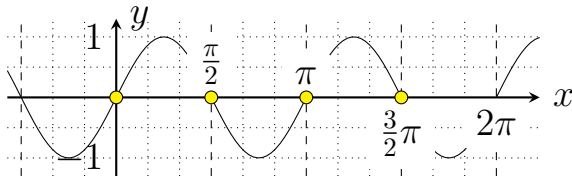
**問 1**  $2 \sin 2\theta \cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$ 、または、 $\cos \theta = 0$

$\sin 2\theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$

$\cos \theta = 0$  となるのは、  
 $\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi$

**答**  $\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3}{2}\pi$



# 今回の学習目標

三角関数の方程式を解く。

- 和積の公式を因数分解として活用