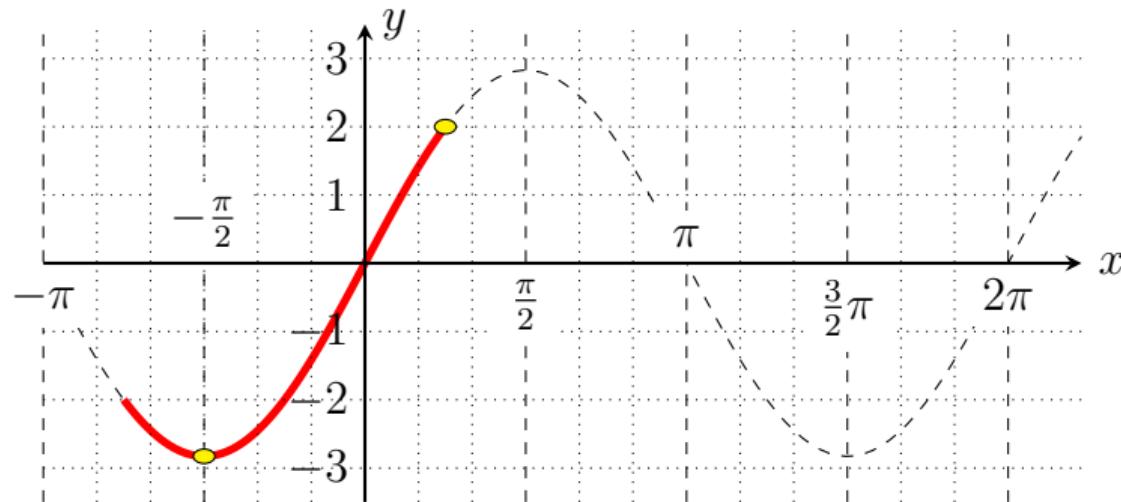


三角関数

2700. 合成した三角関数の最大最小

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。



今回の学習目標

ひとつの三角関数にまとめて考える

- 定義域指定がある場合、関数の置き換えに注意

三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

例 1

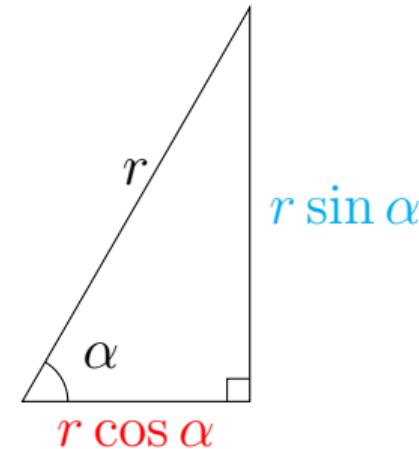
関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$\begin{array}{ccc} 1 & \sin \theta & + \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

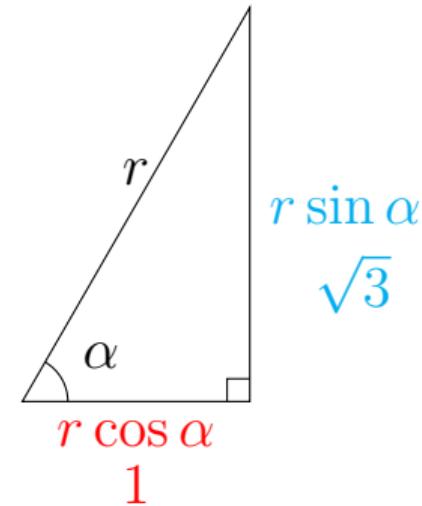
$$\begin{array}{rcl} 1 & \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & \downarrow \\ r \cos \alpha & r \sin \alpha \end{array}$$



例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

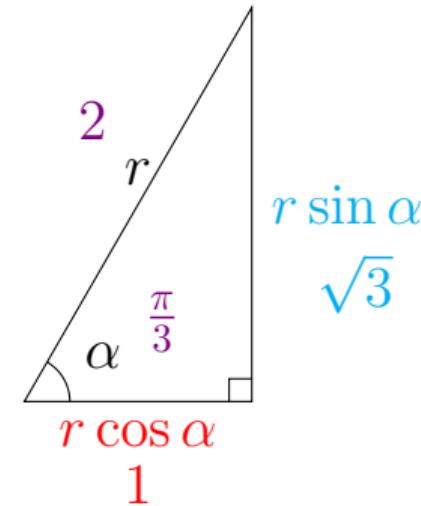
$$\begin{array}{rcl} 1 & \sin \theta + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$



例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} 1 \quad \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$



例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$1 \quad \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$



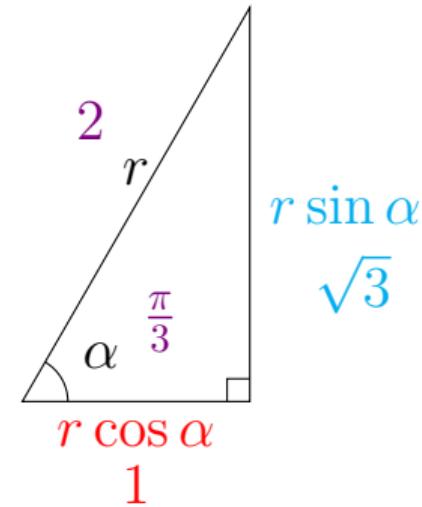
$$r \cos \alpha$$

$$\sqrt{3} \cos \theta$$



$$r \sin \alpha$$

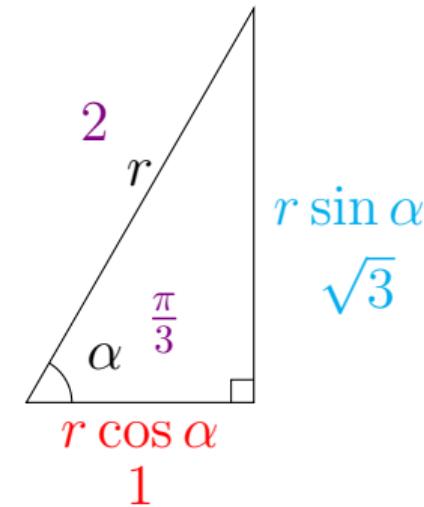
$$y = 2 \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta + 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta$$



例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$\begin{array}{ll} 1 \quad \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & \downarrow \\ r \cos \alpha & r \sin \alpha \end{array}$$

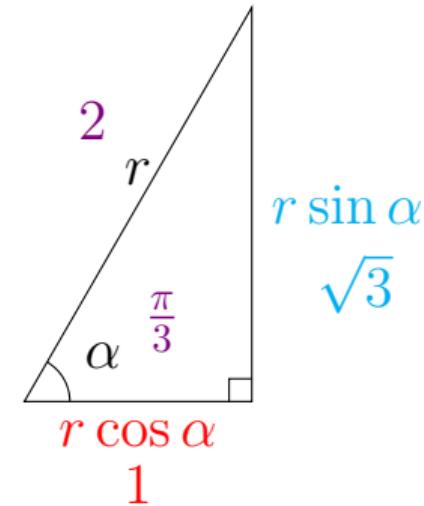


$$\begin{aligned} y &= 2 \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta + 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta \\ &= 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

例 1

関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$\begin{array}{ll} 1 \quad \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & \downarrow \\ r \cos \alpha & r \sin \alpha \end{array}$$



$$\begin{aligned} y &= 2 \cos \frac{\pi}{3} \sin \theta + 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \theta \\ &= 2 \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) \end{aligned}$$

答

最大値 2, 最小値 -2

例 1 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

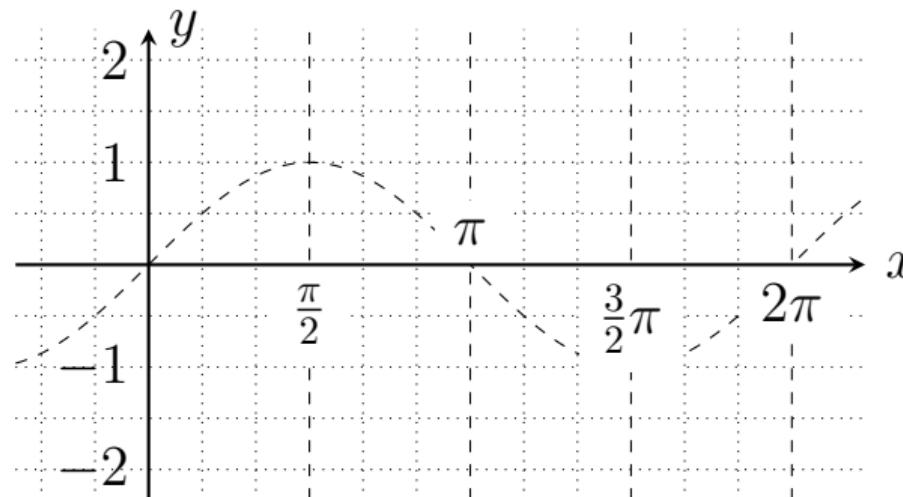
$$y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

答 最大値 2, 最小値 -2

例 1 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

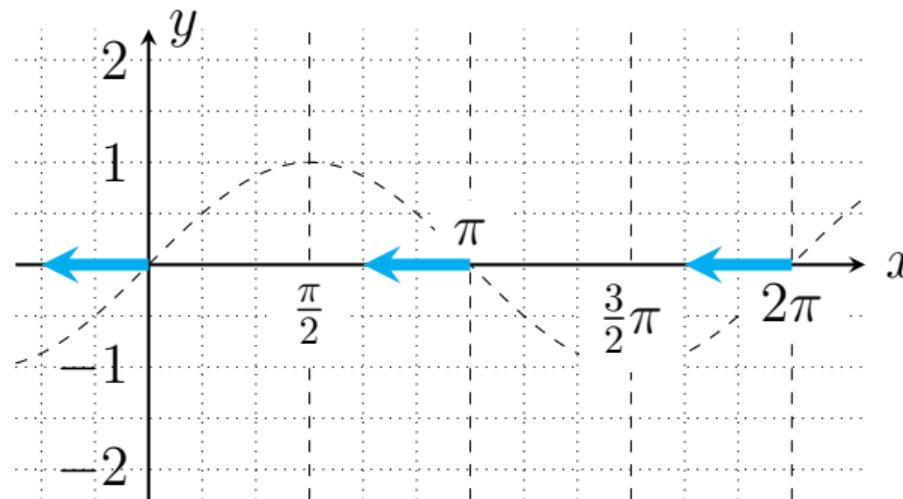
答 最大値 2, 最小値 -2



例 1 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

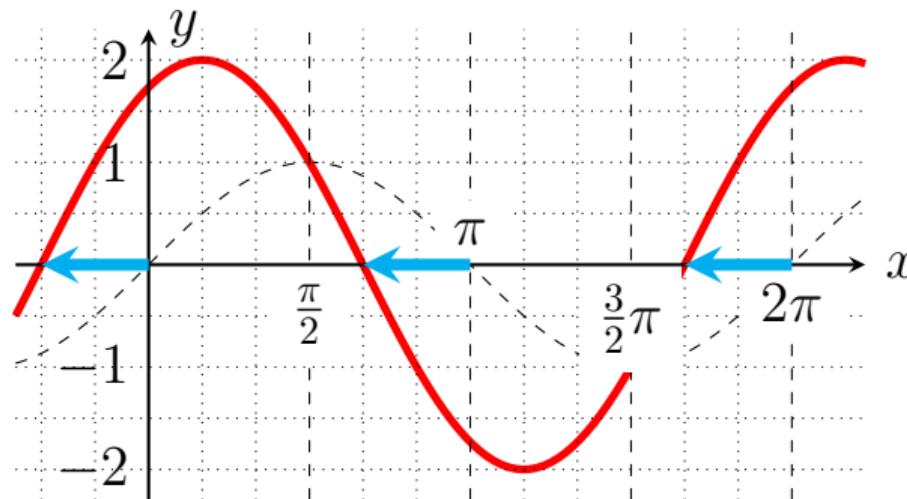
答 最大値 2, 最小値 -2



例 1 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

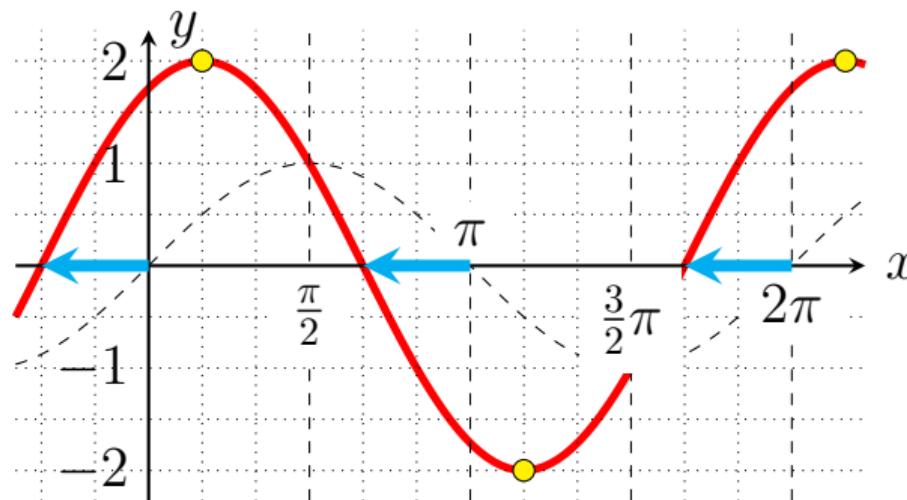
答 最大値 2, 最小値 -2



例 1 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

$$y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

答 最大値 2, 最小値 -2



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

$$(1) \quad y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$

$$(2) \quad y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

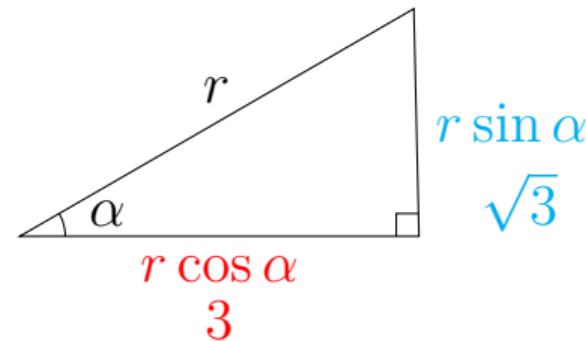
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$

\downarrow \downarrow

$$r \cos \alpha \quad r \sin \alpha$$

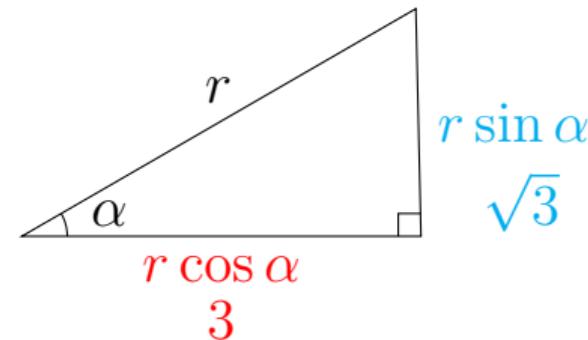


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$



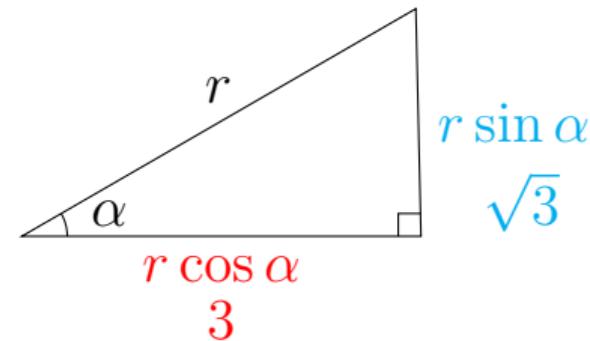
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



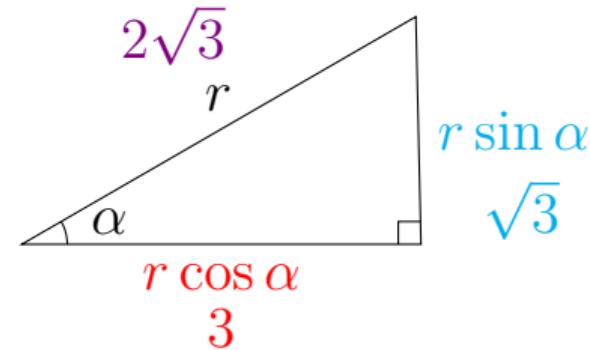
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



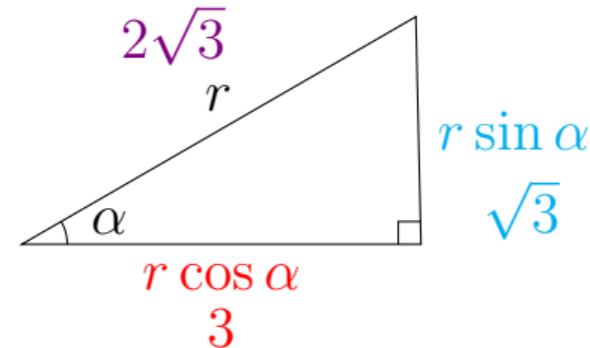
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



$$y = 2\sqrt{3} \cos \alpha \sin \theta + 2\sqrt{3} \sin \alpha \cos \theta$$

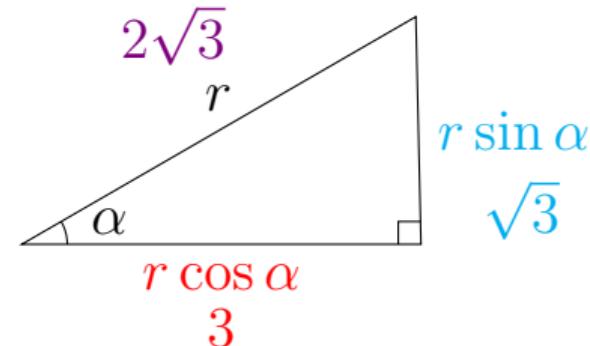
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



$$\begin{aligned} y &= 2\sqrt{3} \cos \alpha \sin \theta + 2\sqrt{3} \sin \alpha \cos \theta \\ &= 2\sqrt{3} \sin(\theta + \alpha) \end{aligned}$$

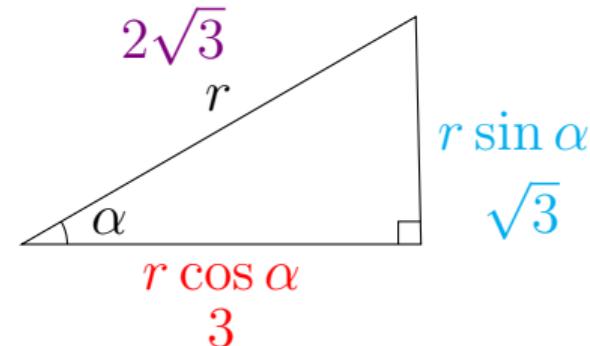
問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = 3 \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 3 \sin \theta & + & \sqrt{3} \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 12$$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



$$y = 2\sqrt{3} \cos \alpha \sin \theta + 2\sqrt{3} \sin \alpha \cos \theta$$

$$= 2\sqrt{3} \sin(\theta + \alpha)$$

答 最大値 $2\sqrt{3}$, 最小値 $-2\sqrt{3}$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

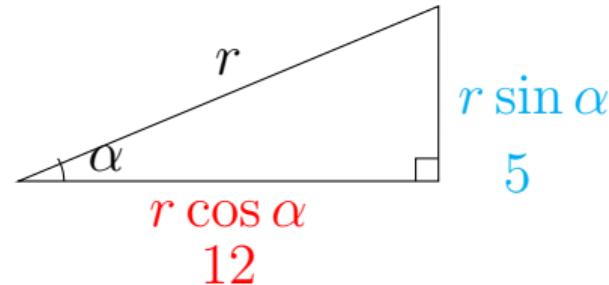
(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 12 \sin \theta & - & 5 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{r} 12 \sin \theta - 5 \cos \theta \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad r \sin \alpha \end{array}$$

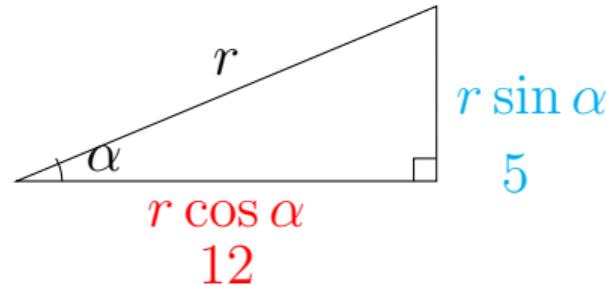


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{r} 12 \sin \theta - 5 \cos \theta \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad r \sin \alpha \end{array}$$

$$r^2 = 144 + 25 = 169$$

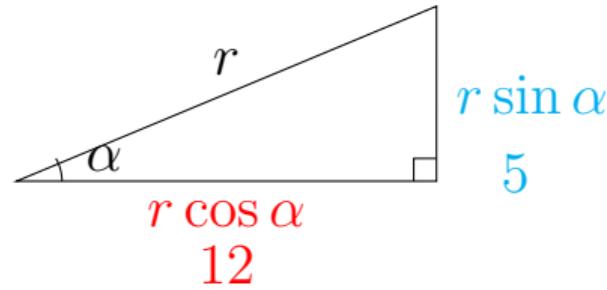


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{r} 12 \sin \theta - 5 \cos \theta \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

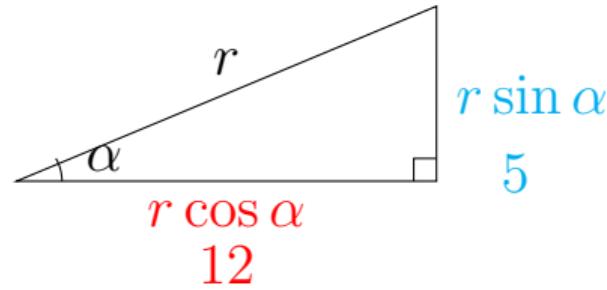


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{r} 12 \sin \theta - 5 \cos \theta \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

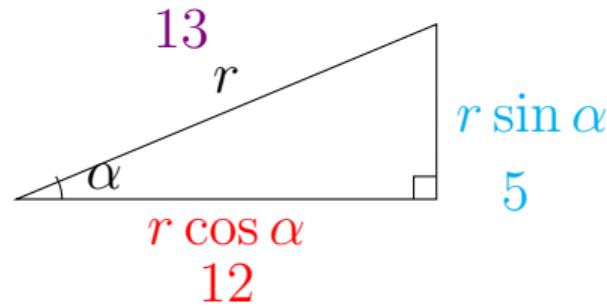


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 12 \sin \theta & - & 5 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

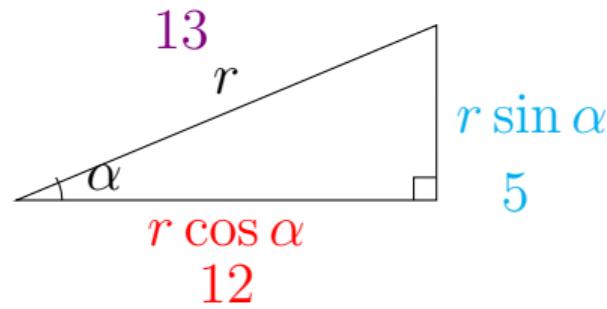


問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 12 \sin \theta & - & 5 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$



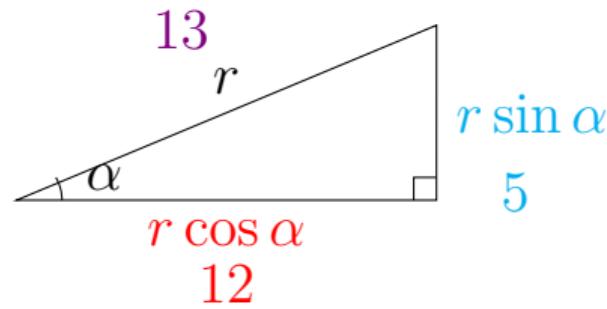
$$y = 13 \cos \alpha \sin \theta - 13 \sin \alpha \cos \theta$$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 12 \sin \theta & - & 5 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$



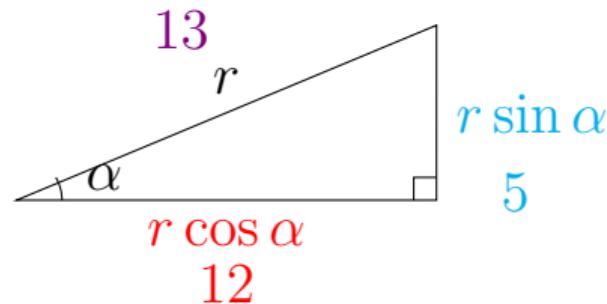
$$\begin{aligned} y &= 13 \cos \alpha \sin \theta - 13 \sin \alpha \cos \theta \\ &= 13 \sin(\theta - \alpha) \end{aligned}$$

問 1 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(2) $y = 12 \sin \theta - 5 \cos \theta$

$$\begin{array}{rcl} 12 \sin \theta & - & 5 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 144 + 25 = 169 \\ r &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$



$$y = 13 \cos \alpha \sin \theta - 13 \sin \alpha \cos \theta$$

$$= 13 \sin(\theta - \alpha)$$

答 最大値 13, 最小値 -13

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

例 2

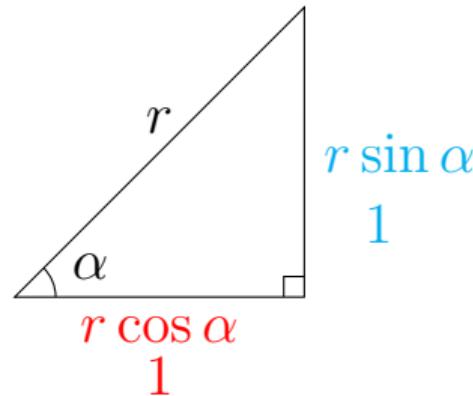
$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} 1 & \sin \theta + & 1 & \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow & \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

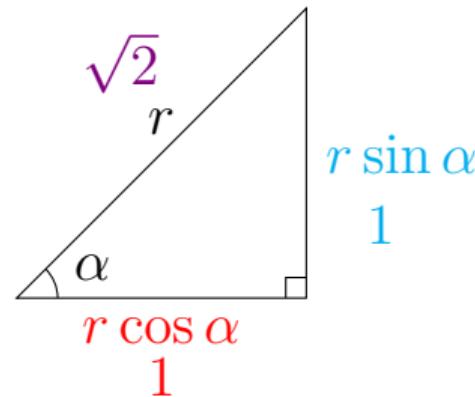
$$\begin{array}{r} 1 \quad \sin \theta + \quad 1 \quad \cos \theta \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad \qquad r \sin \alpha \end{array}$$



例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

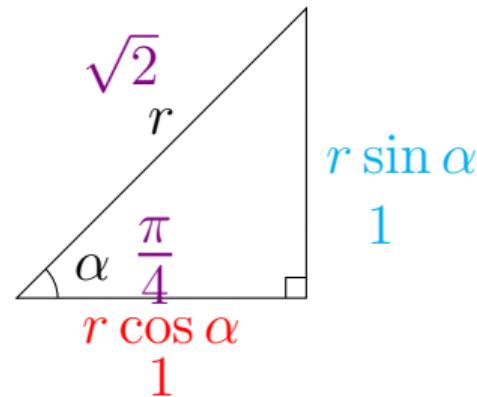
$$\begin{array}{r} 1 \quad \sin \theta + \quad 1 \quad \cos \theta \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ r \cos \alpha \qquad \qquad r \sin \alpha \end{array}$$



例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

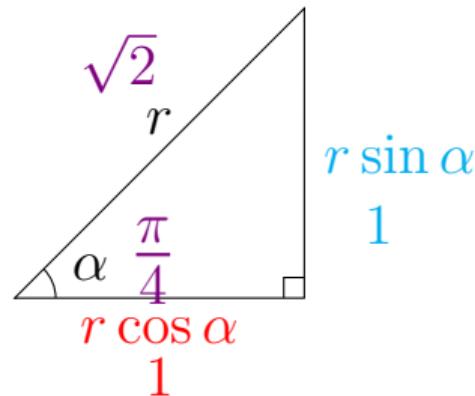
$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ r \cos \alpha \quad \quad \quad r \sin \alpha \end{array}$$



例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ r \cos \alpha \quad \quad \quad r \sin \alpha \end{array}$$

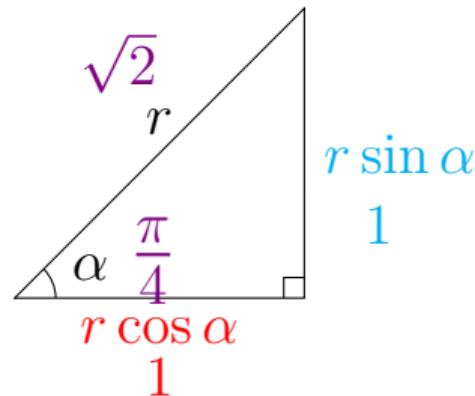


$$y = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \theta + \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos \theta$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ r \cos \alpha \quad \quad \quad r \sin \alpha \end{array}$$



$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \theta + \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos \theta \\ &= \sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \end{aligned}$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4}$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

例 2

$0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

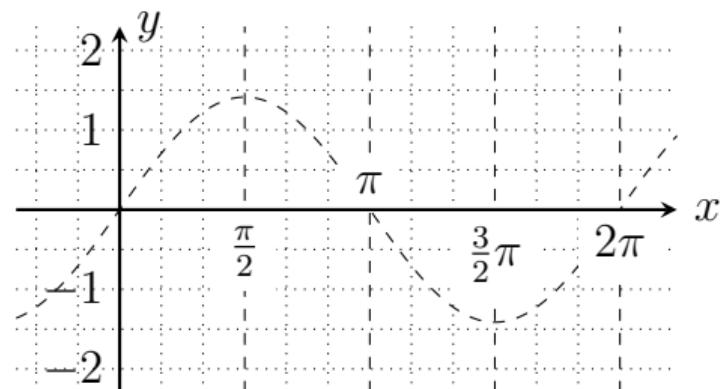
$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

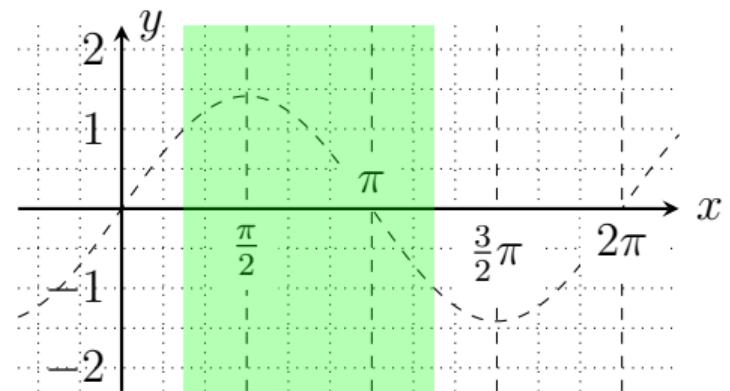


例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

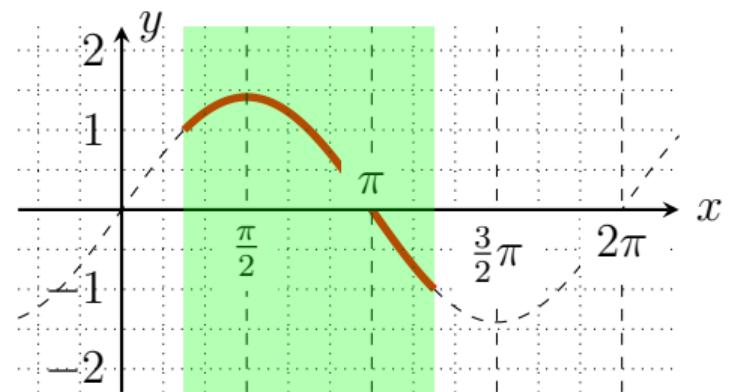


例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

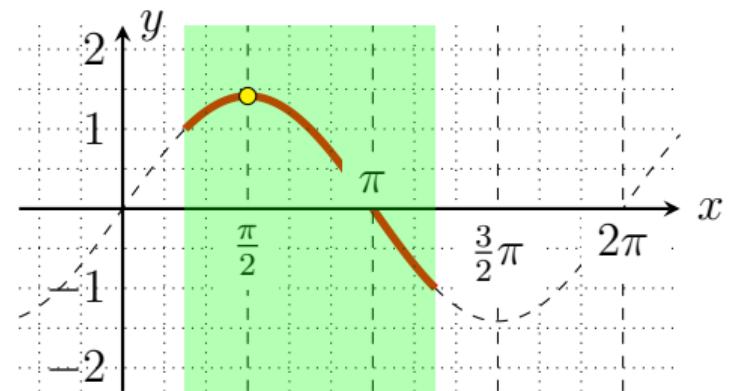


例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

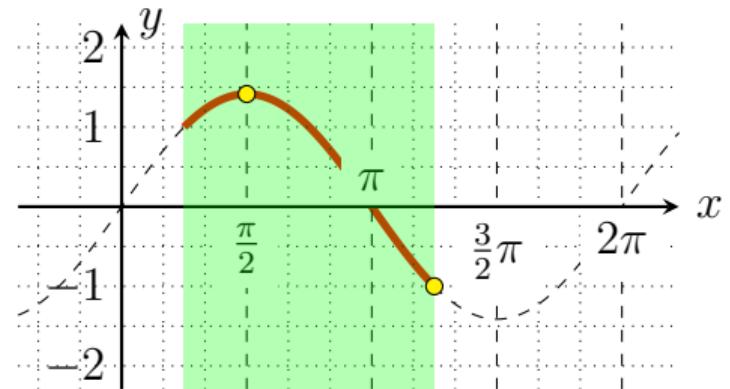


例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値



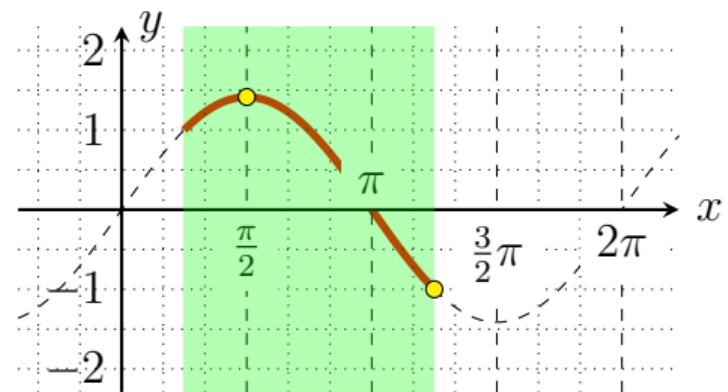
例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、最大値 } \sqrt{2} \\ x = \frac{5}{4}\pi \text{ のとき、最小値 } -1 \end{cases}$$



例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

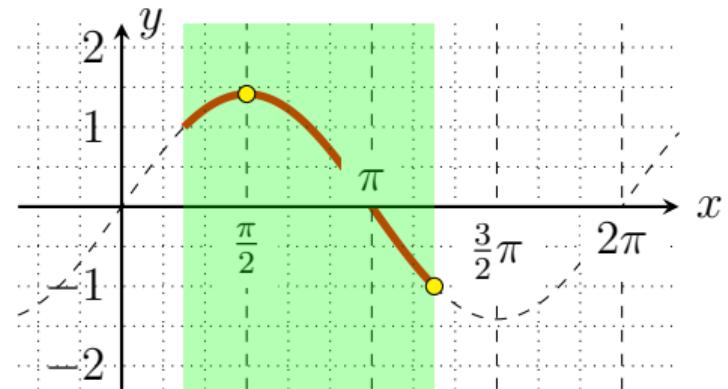
$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、最大値 } \sqrt{2} \\ x = \frac{5}{4}\pi \text{ のとき、最小値 } -1 \end{cases}$$

$\theta = x - \frac{\pi}{4}$ であるから、



例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

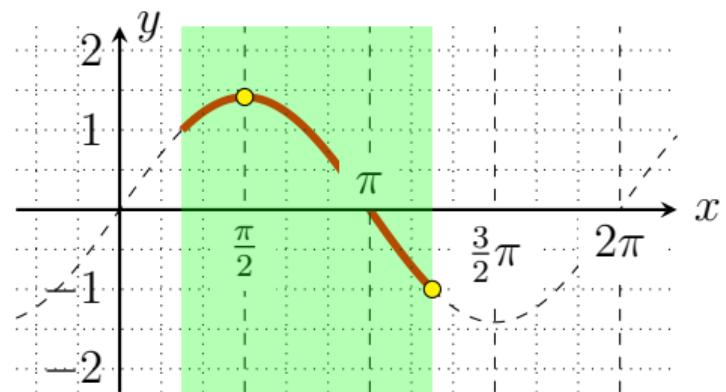
$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、最大値 } \sqrt{2} \\ x = \frac{5}{4}\pi \text{ のとき、最小値 } -1 \end{cases}$$

$\theta = x - \frac{\pi}{4}$ であるから、

答 $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4} \text{ のとき、最大値 } \sqrt{2} \end{cases}$



例 2 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

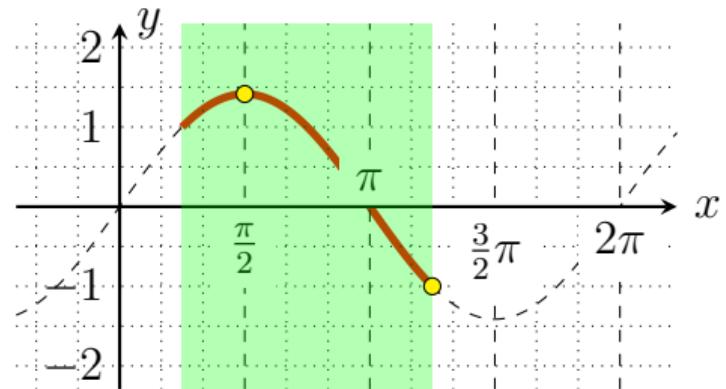
$$x = \theta + \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{5}{4}\pi$$

$y = \sqrt{2} \sin x$ で最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \text{のとき、最大値 } \sqrt{2} \\ x = \frac{5}{4}\pi \text{のとき、最小値 } -1 \end{cases}$$

$\theta = x - \frac{\pi}{4}$ であるから、

答 $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4} \text{のとき、最大値 } \sqrt{2} \\ \theta = \pi \text{のとき、最小値 } -1 \end{cases}$



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

問 2

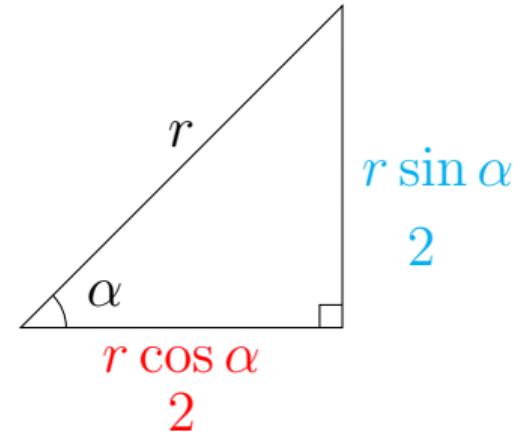
$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} 2 \sin \theta & - & 2 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

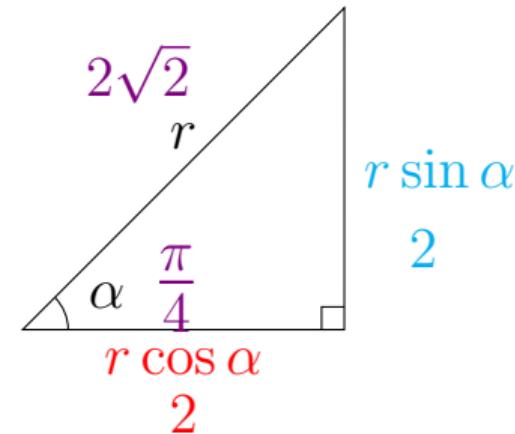
$$\begin{array}{rcl} 2 \sin \theta & - & 2 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$



問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

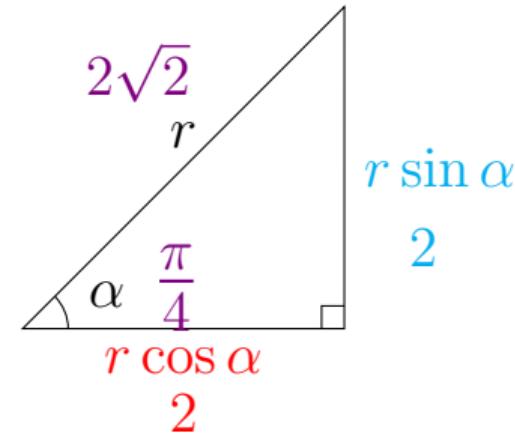
$$\begin{array}{rcl} 2 \sin \theta & - & 2 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$



問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} 2 \sin \theta & - & 2 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$

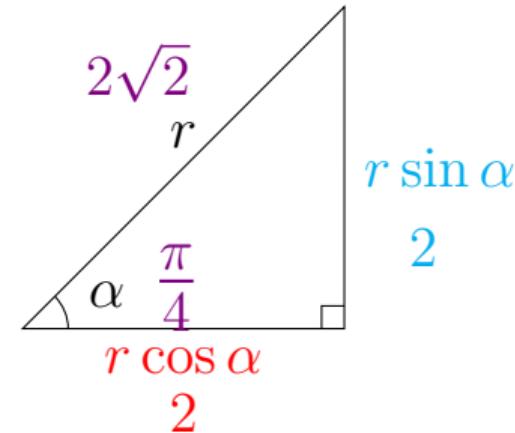


$$y = 2\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \theta - 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos \theta$$

問 2

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$\begin{array}{rcl} 2 \sin \theta & - & 2 \cos \theta \\ \downarrow & & \downarrow \\ r \cos \alpha & & r \sin \alpha \end{array}$$



$$\begin{aligned} y &= 2\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \sin \theta - 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos \theta \\ &= 2\sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4}) \end{aligned}$$

問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4}$$

問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2\sin\theta - 2\cos\theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

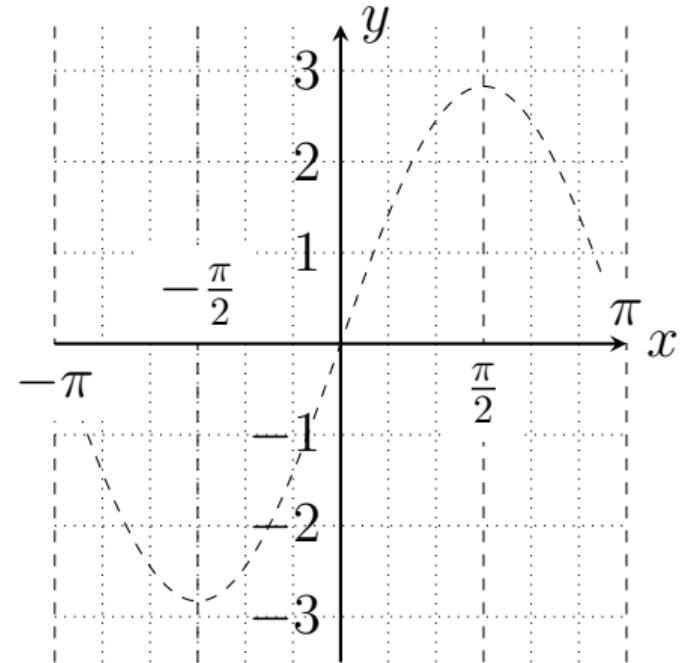
$y = 2\sqrt{2}\sin x$ の最大値と最小値

問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

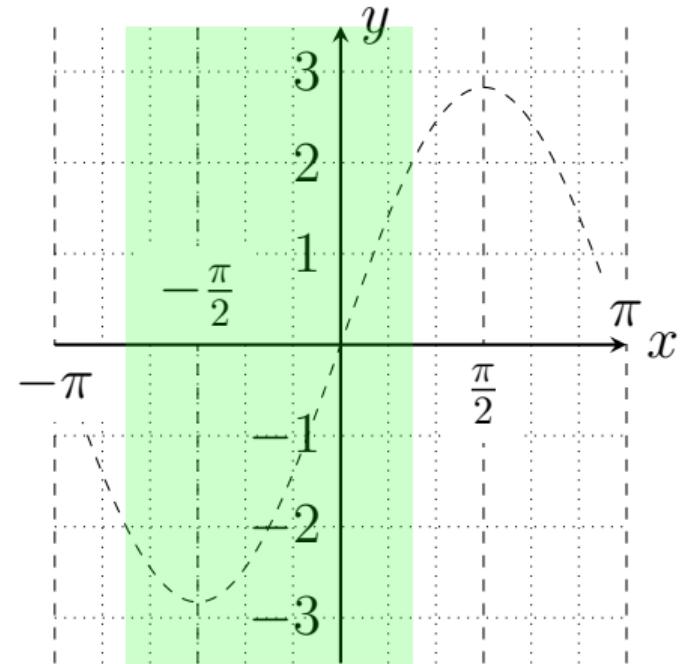


問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \quad \rightarrow \quad -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

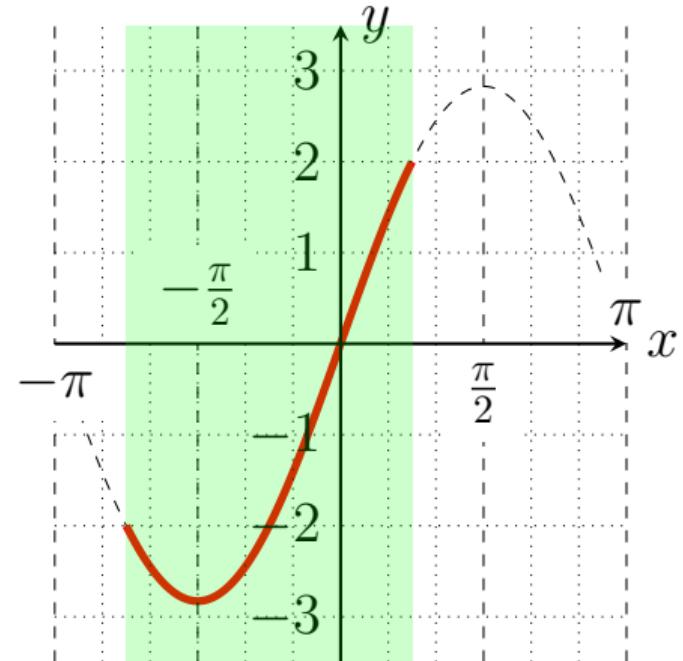


問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

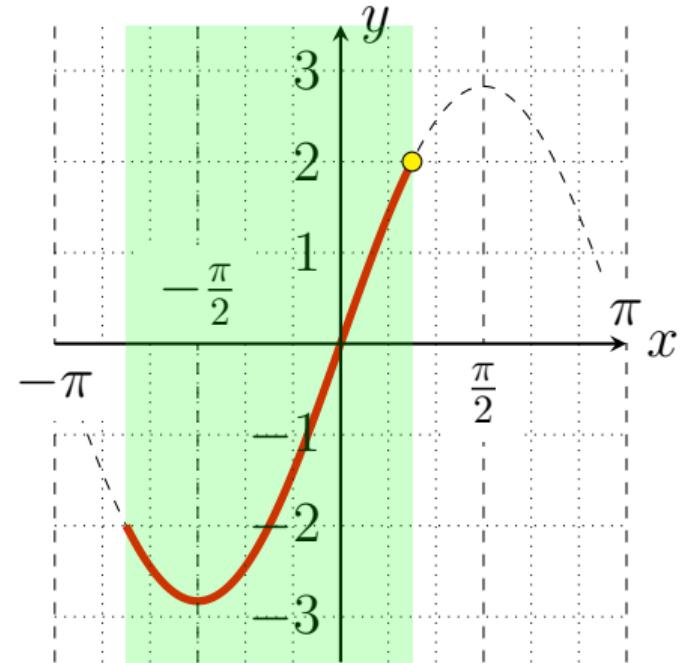


問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

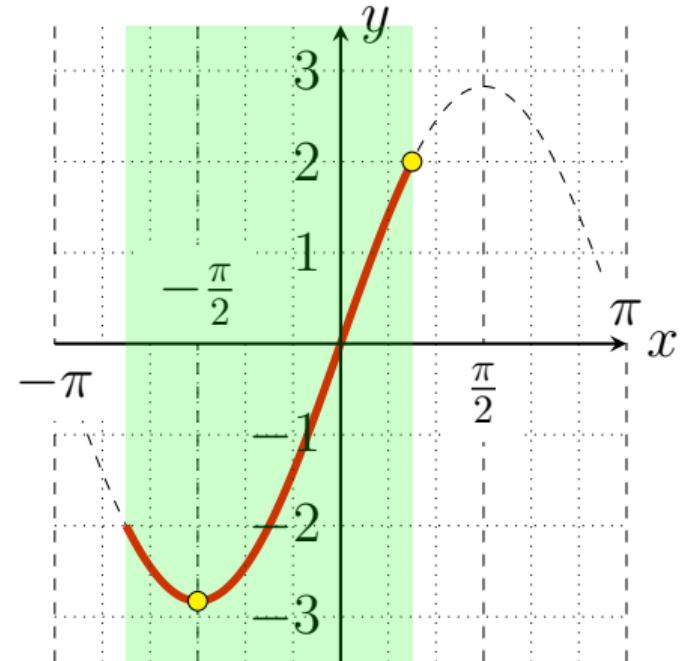


問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値



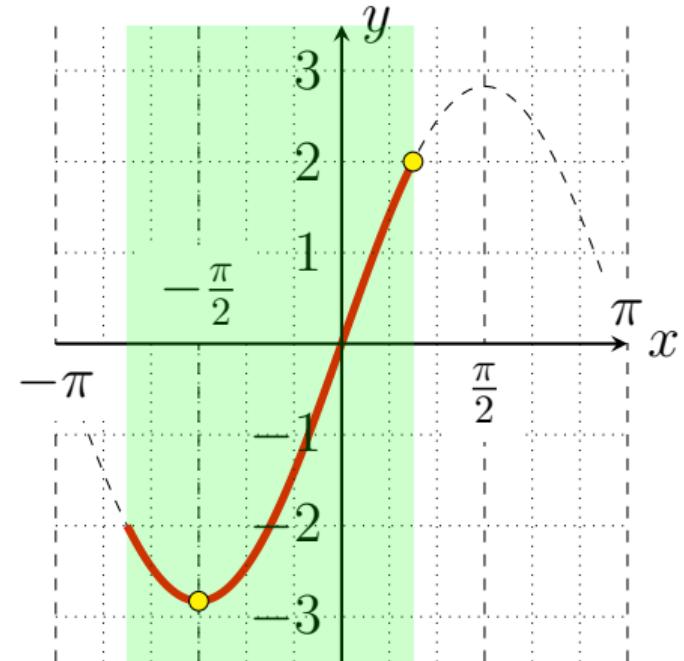
問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \text{のとき、最大値 } 2 \\ x = -\frac{\pi}{2} \text{のとき、最小値 } -2\sqrt{2} \end{cases}$$



問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

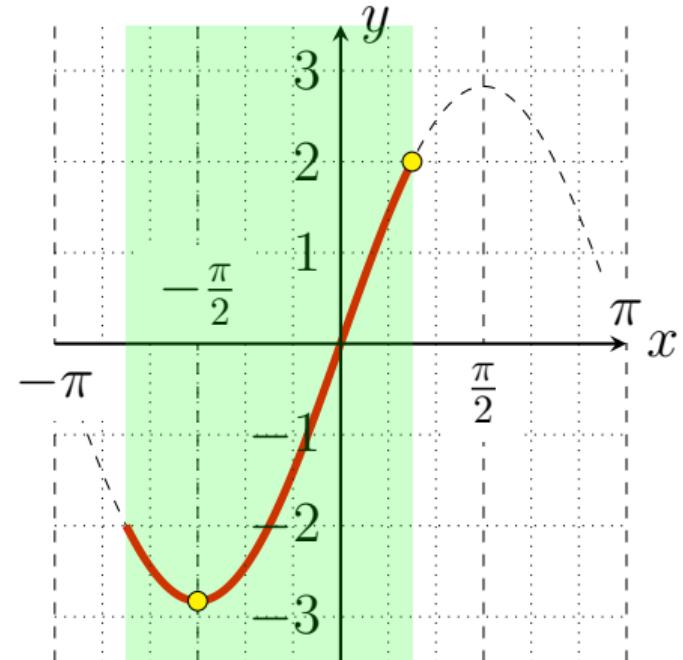
$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \text{のとき、最大値 } 2 \\ x = -\frac{\pi}{2} \text{のとき、最小値 } -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$\theta = x + \frac{\pi}{4}$ であるから、



問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

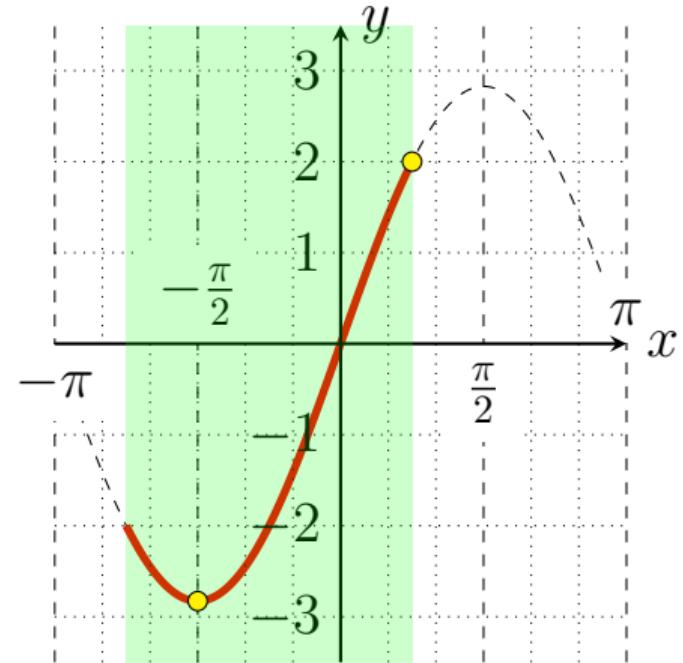
$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \text{のとき、最大値 } 2 \\ x = -\frac{\pi}{2} \text{のとき、最小値 } -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$\theta = x + \frac{\pi}{4}$ であるから、

答 $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} \text{のとき、最大値 } 2 \\ \end{cases}$



問 2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $y = 2 \sin \theta - 2 \cos \theta$ の最大値と最小値、その時の θ を求めよ。

$$y = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

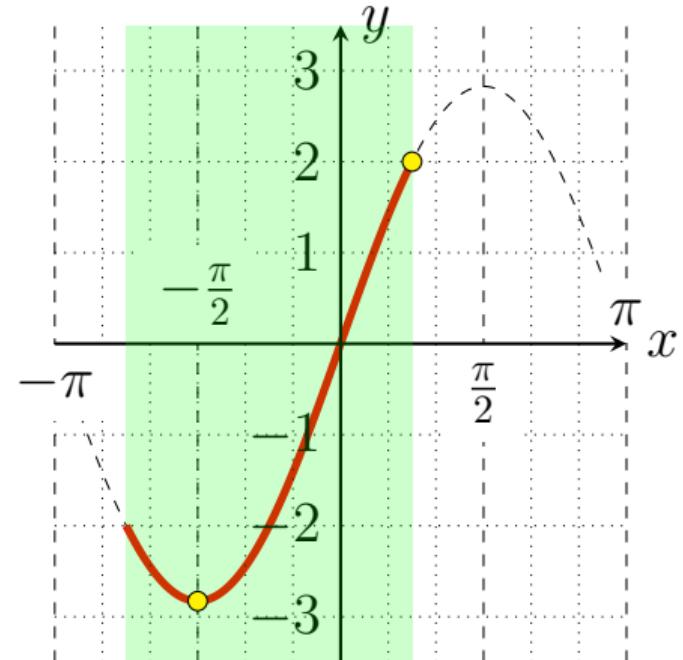
$$x = \theta - \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

$y = 2\sqrt{2} \sin x$ の最大値と最小値

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \text{のとき、最大値 } 2 \\ x = -\frac{\pi}{2} \text{のとき、最小値 } -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$\theta = x + \frac{\pi}{4}$ であるから、

答 $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{2} \text{のとき、最大値 } 2 \\ \theta = -\frac{\pi}{4} \text{のとき、最小値 } -2\sqrt{2} \end{cases}$



今回の学習目標

ひとつの三角関数にまとめて考える

- 定義域指定がある場合、関数の置き換えに注意