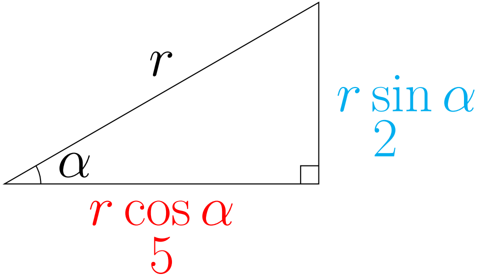
「$5\sin\theta + 2\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ に変形せよ」この問題を解くときに描く、この三角形は何を表しているのか?



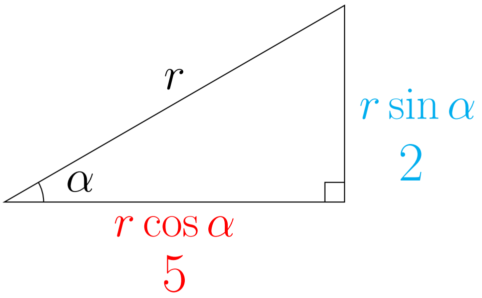
今回の学習目標

三角関数の合成

- 単なる「解き方」で終わるのではなく、問題の背景を考える。

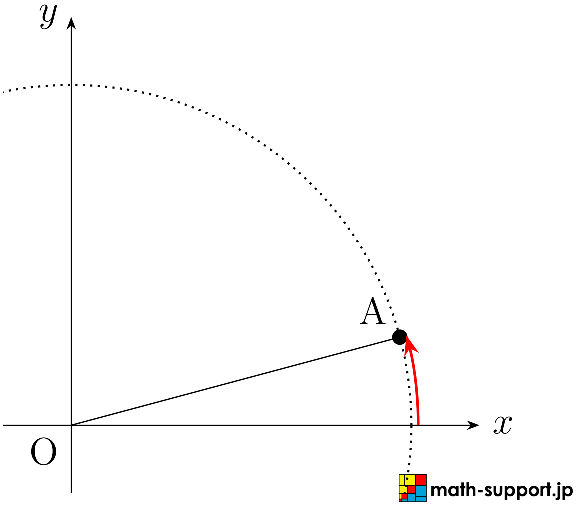
math-support.jp

「$5\sin\theta + 2\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ に変形せよ。」
この問題を解くときに描く、この三角形は何を表しているのか?



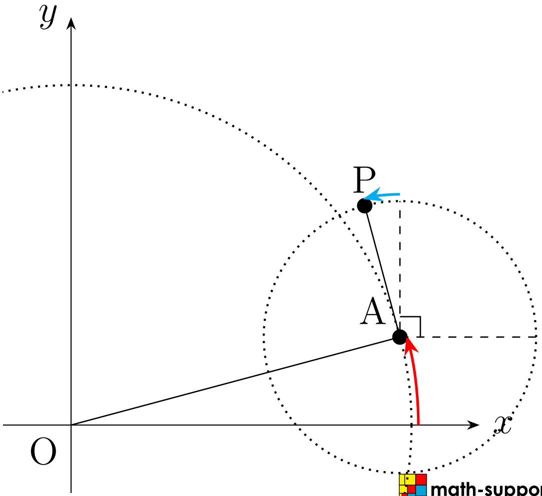
(1) 中心 $(0,0)$ 半径 5 の円周上を正の方向に回転する点 A ($0°$ から出発)

(1) 中心 $(0, 0)$ 半径 5 の円周上を正の方向に回転する点 A ($0°$ から出発)



(1) 中心 $(0, 0)$ 半径 5 の円周上を正の方向に回転する点 A（0° から出発）

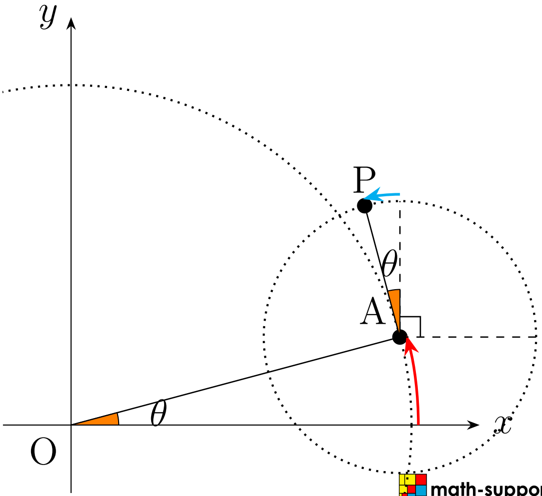
(2) 点 A を中心とし、半径 2 の円周上を正の方向に回転する点 P　（90° から出発）



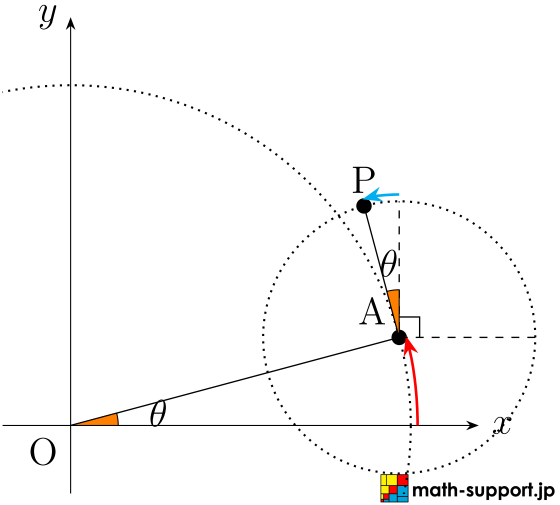
(1) 中心 $(0,0)$ 半径 5 の円周上を正の方向に回転する点 A（0° から出発）

(2) 点 A を中心とし、半径 2 の円周上を正の方向に回転する点 P　(90° から出発)

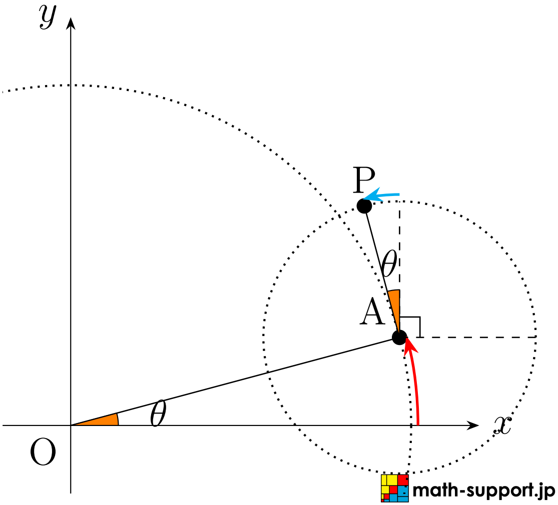
(3) A が 1 回転する間に点 P も点 A の周囲をちょうど 1 回転



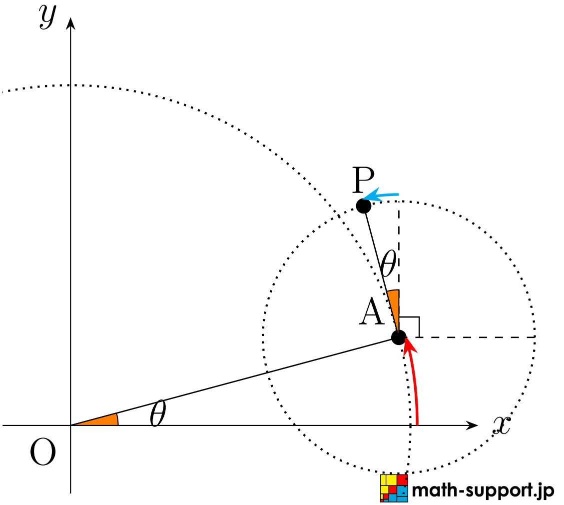
OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$

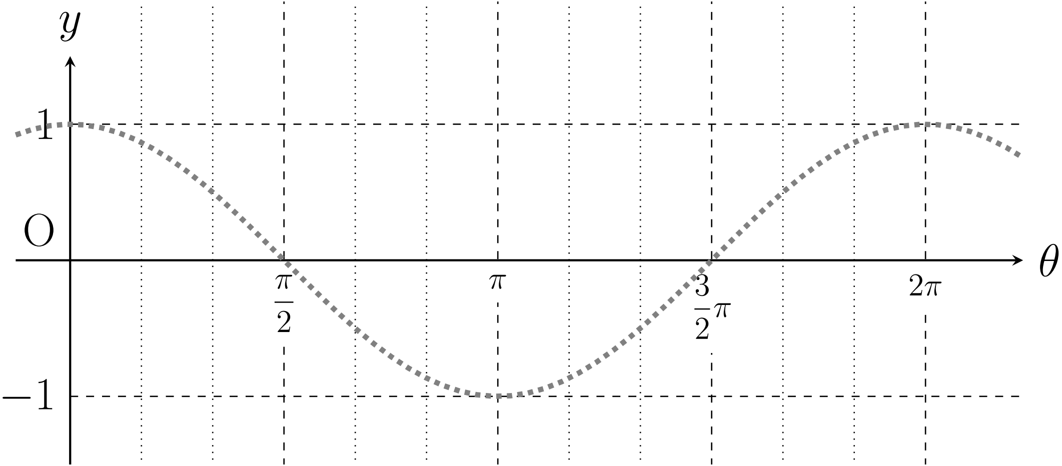


OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90^\circ),\ 2\sin(\theta+90^\circ))$ だけ
ズレます。

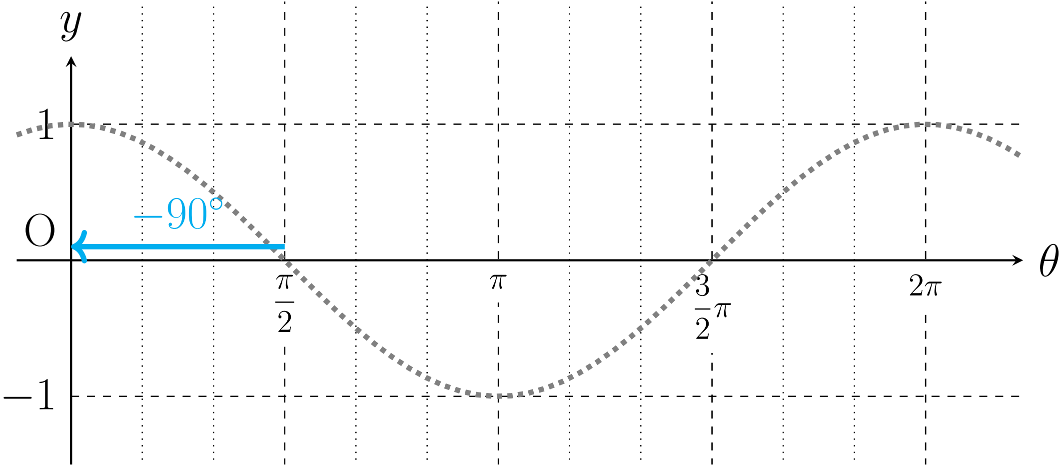


OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90°),\ 2\sin(\theta+90°))$ だけ
ズレます。
ここで、$\cos(\theta+90°) = -\sin\theta$

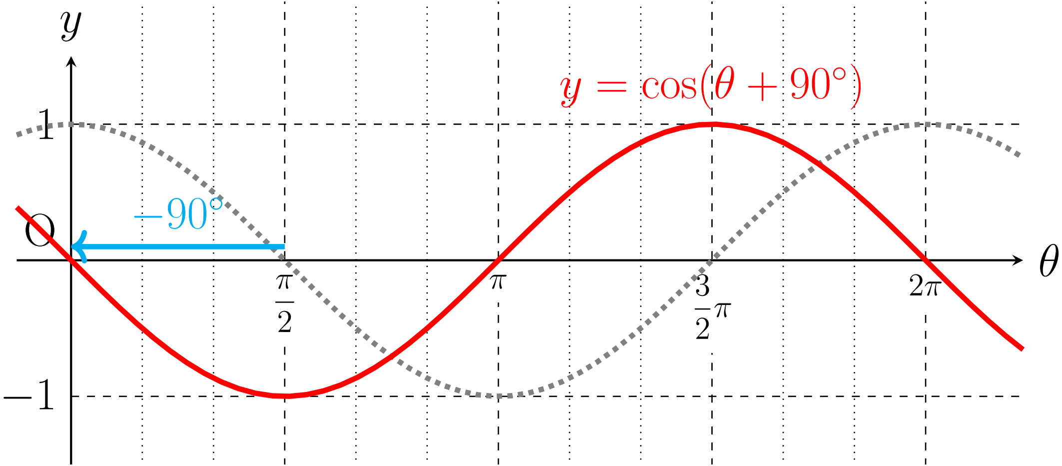




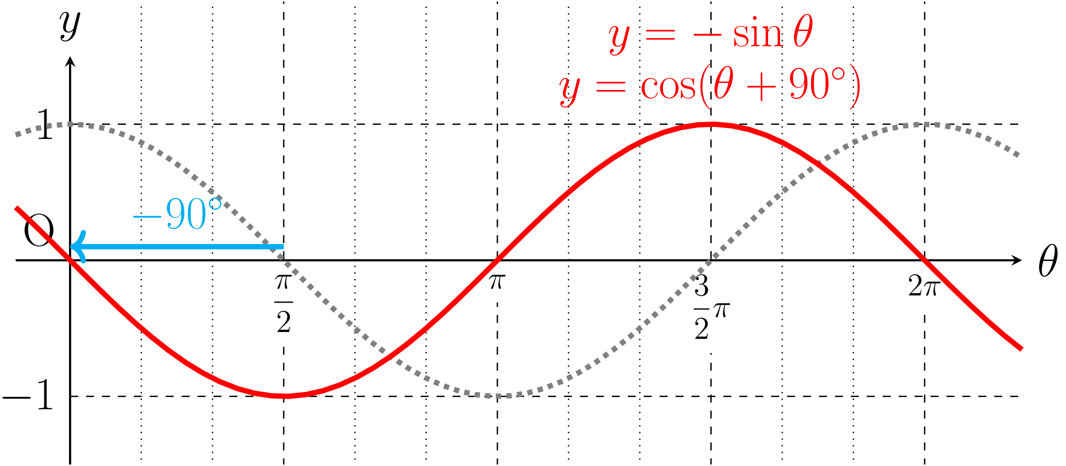
math-support.jp



math-support.jp

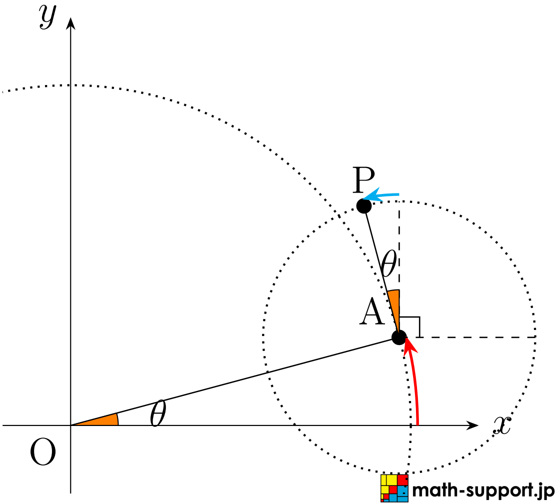


math-support.jp

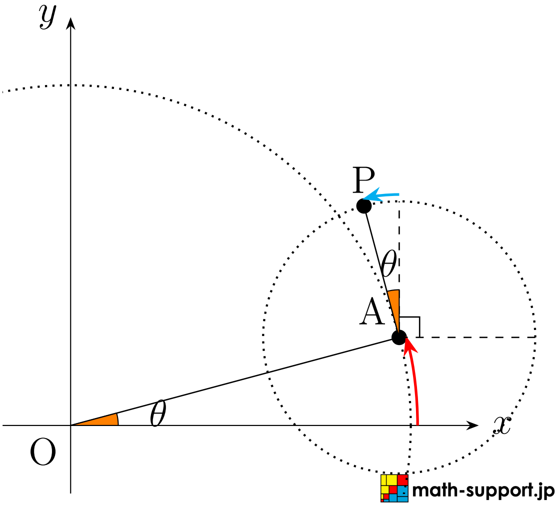


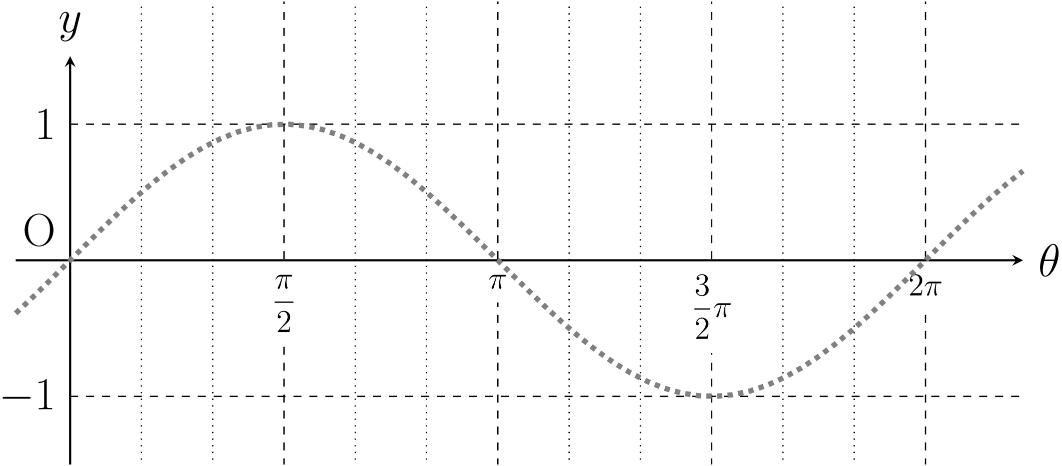
math-support.jp

OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90^\circ),\ 2\sin(\theta+90^\circ))$ だけ
ズレます。
ここで、$\cos(\theta+90^\circ) = -\sin\theta$

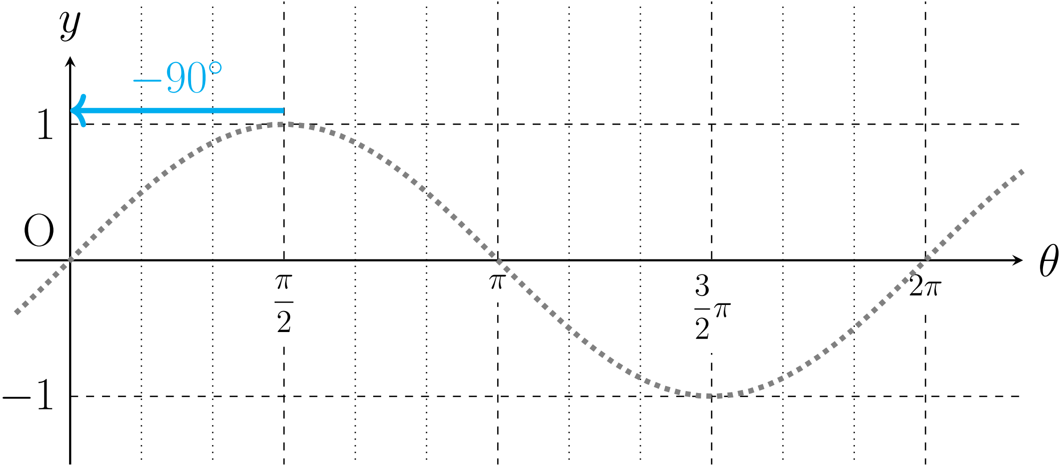


OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90^\circ),\ 2\sin(\theta+90^\circ))$ だけズレます。
ここで、$\cos(\theta+90^\circ) = -\sin\theta$
$\sin(\theta+90^\circ) = \cos\theta$

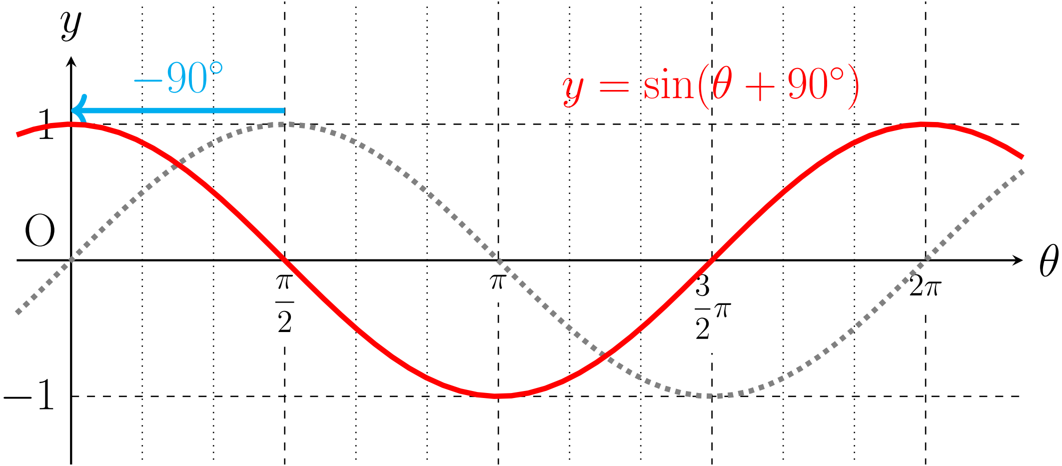




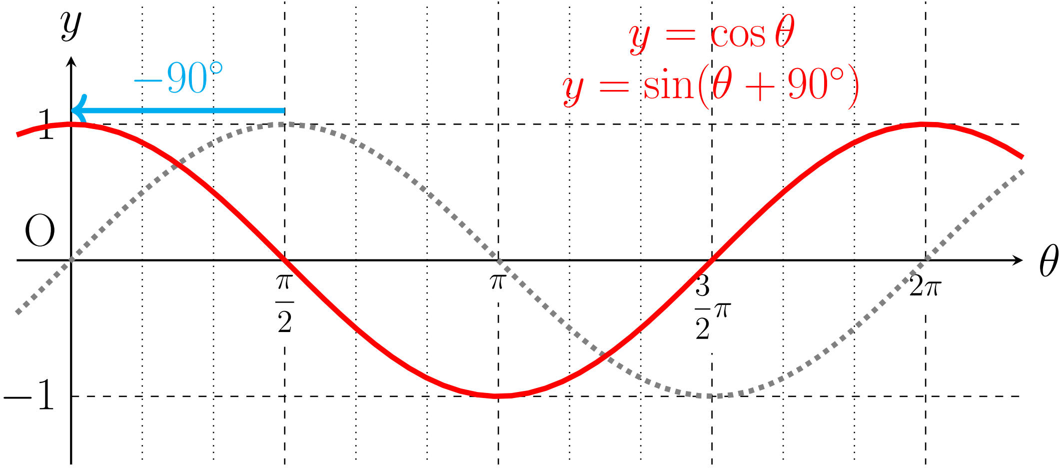
math-support.jp



math-support.jp

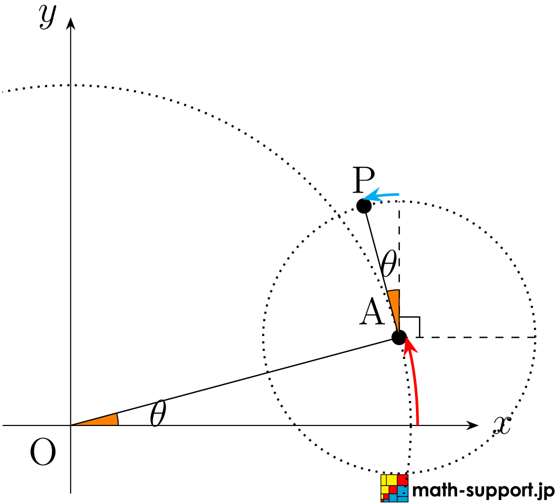


math-support.jp

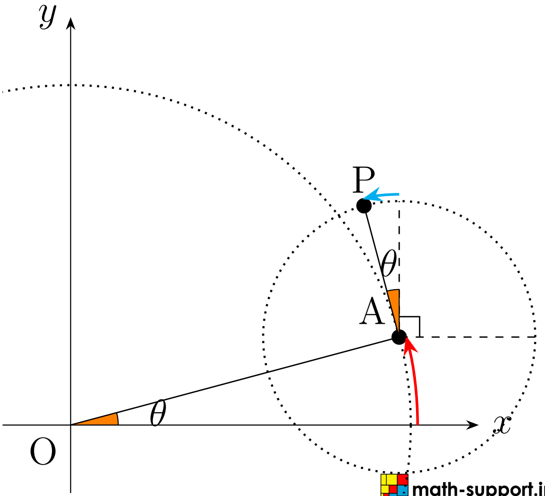


y
-90°
$y = \cos\theta$
$y = \sin(\theta + 90^\circ)$
1
O
-1
θ
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3}{2}\pi$
2π

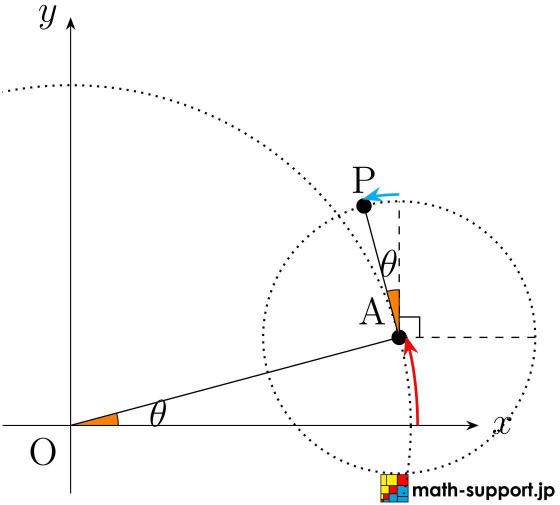
OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90°),\ 2\sin(\theta+90°))$ だけ
ズレます。
ここで、$\cos(\theta+90°)=-\sin\theta$
$\sin(\theta+90°)=\cos\theta$ であるので、



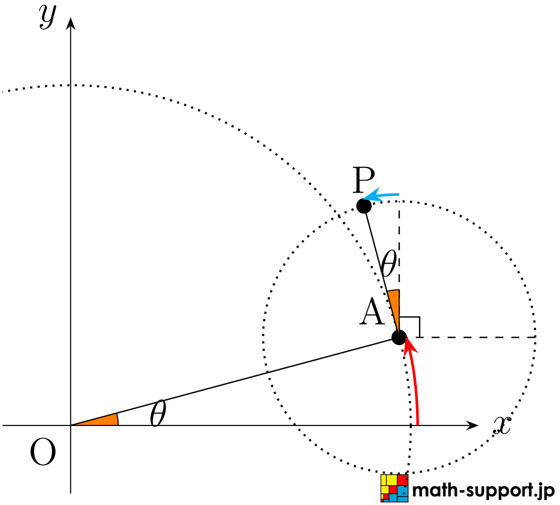
OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90^\circ),\ 2\sin(\theta+90^\circ))$ だけズレます。
ここで、$\cos(\theta+90^\circ) = -\sin\theta$
$\sin(\theta+90^\circ) = \cos\theta$ であるので、
点 P の座標は、
$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta) + (-2\sin\theta,\ 2\cos\theta)$

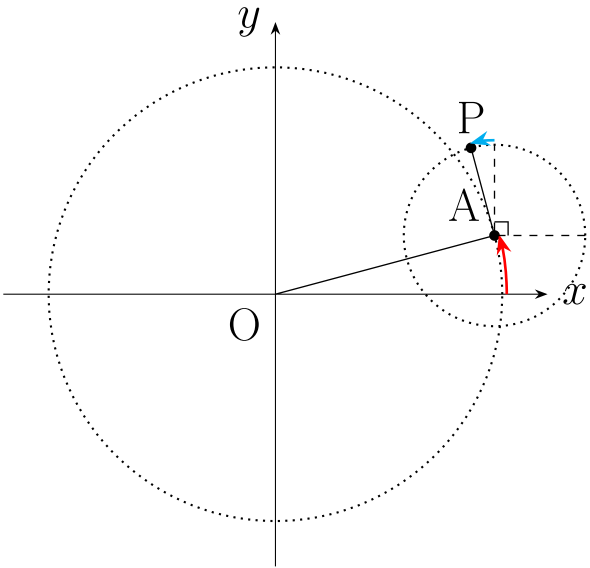


OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90°),\ 2\sin(\theta+90°))$ だけ
ズレます。
ここで、$\cos(\theta+90°)=-\sin\theta$
$\sin(\theta+90°)=\cos\theta$ であるので、
点 P の座標は、
$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)+(-2\sin\theta,\ 2\cos\theta)$
$=(5\cos\theta-2\sin\theta,\ 5\sin\theta+2\cos\theta)$

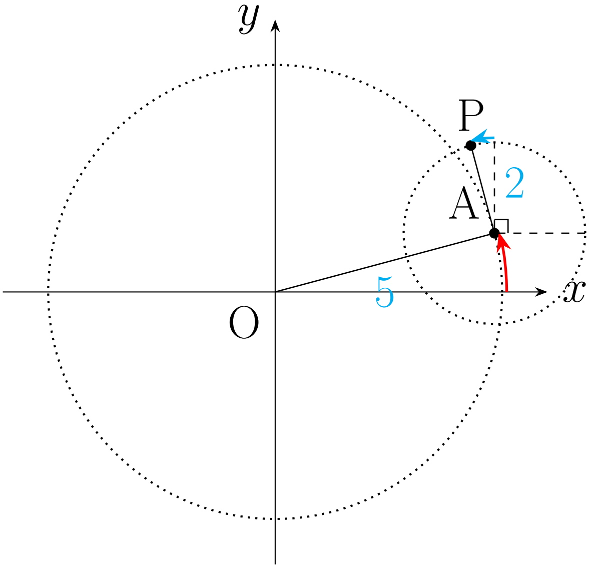


OA の角を θ とすると、
点 A の座標は、$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta)$
点 P は、点 A に対して、
$(2\cos(\theta+90^\circ),\ 2\sin(\theta+90^\circ))$ だけ
ズレます。
ここで、$\cos(\theta+90^\circ) = -\sin\theta$
$\sin(\theta+90^\circ) = \cos\theta$ であるので、
点 P の座標は、
$(5\cos\theta,\ 5\sin\theta) + (-2\sin\theta,\ 2\cos\theta)$
$= (5\cos\theta - 2\sin\theta,\ 5\sin\theta + 2\cos\theta)$
すなわち、点 P の y 座標は
$5\sin\theta + 2\cos\theta$ と表されるのです。

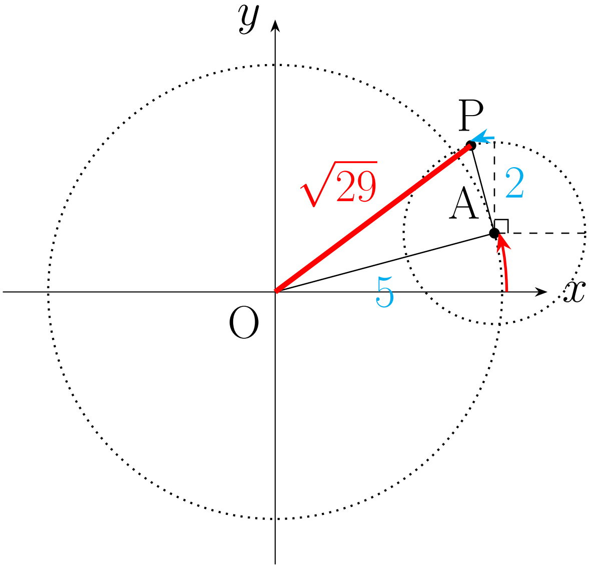


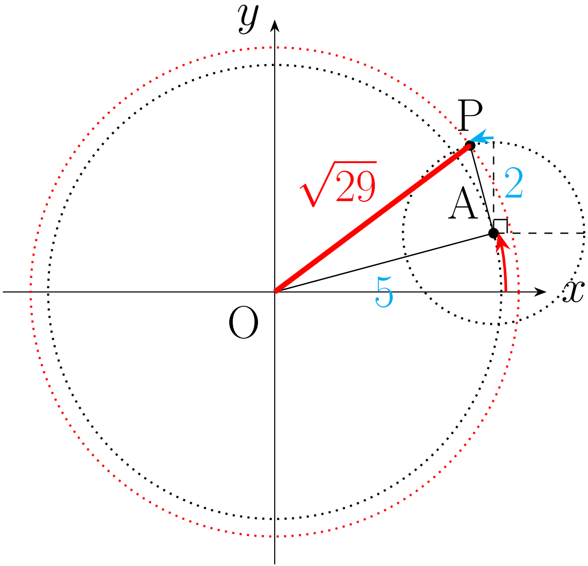


math-support.jp

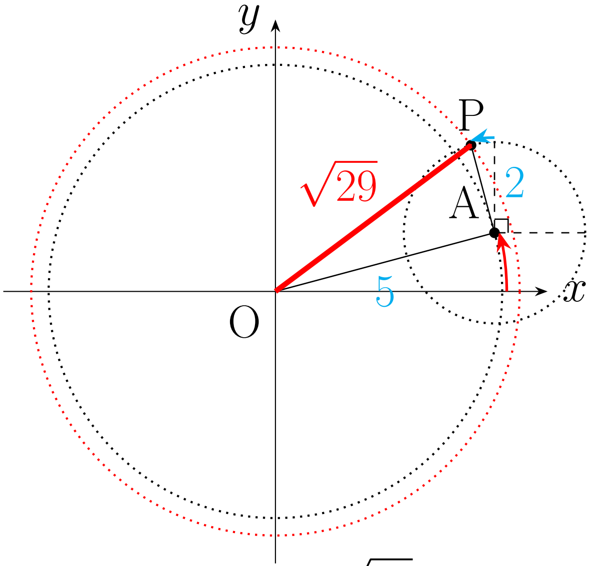


y
P
2
A
5
x
O


y
P
$\sqrt{29}$
2
A
5
x
O



y
P
$\sqrt{29}$
2
A
5
x
O



$$5\sin\theta + 2\cos\theta = \sqrt{29}\sin(\theta + \alpha)$$

math-support.jp

今回の学習目標

三角関数の合成

- 単なる「解き方」で終わるのではなく、問題の背景を考える。

math-support.jp