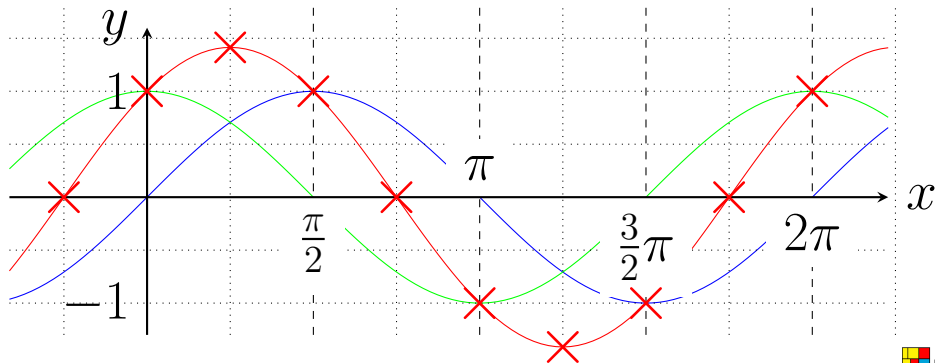


三角関数

2500. 三角関数の合成（有名角）

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

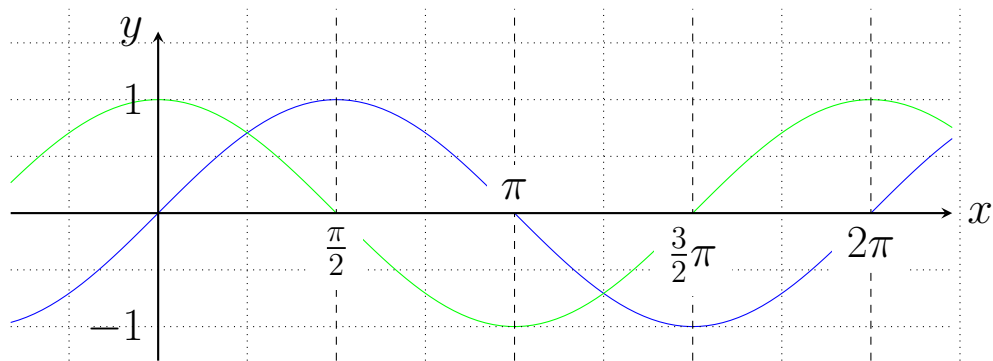


今回の学習目標

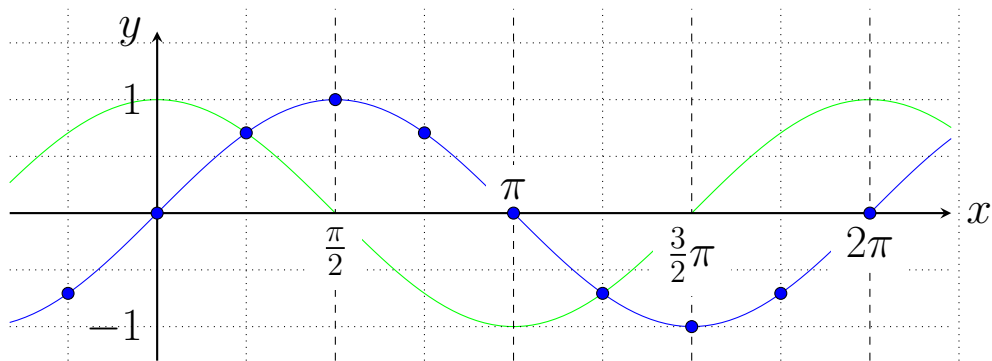
三角関数の合成

- 導入：有名角 (30° , 45° , 60°) の場合

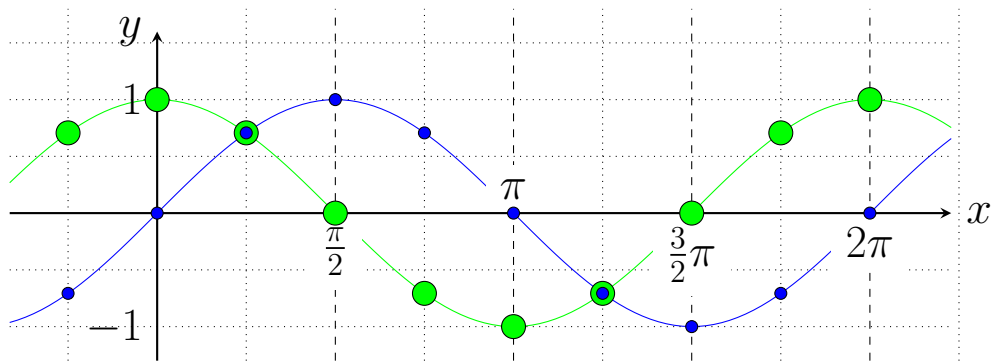
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



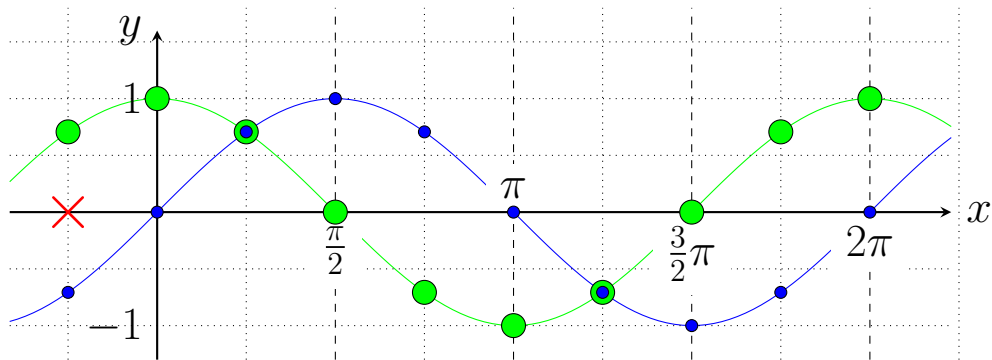
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



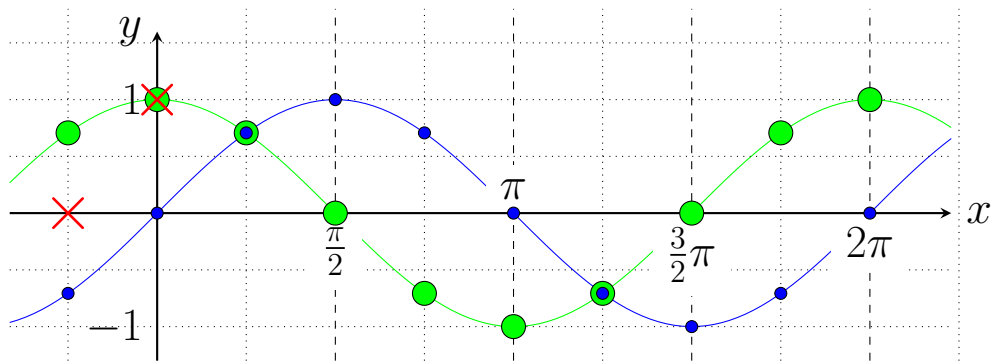
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



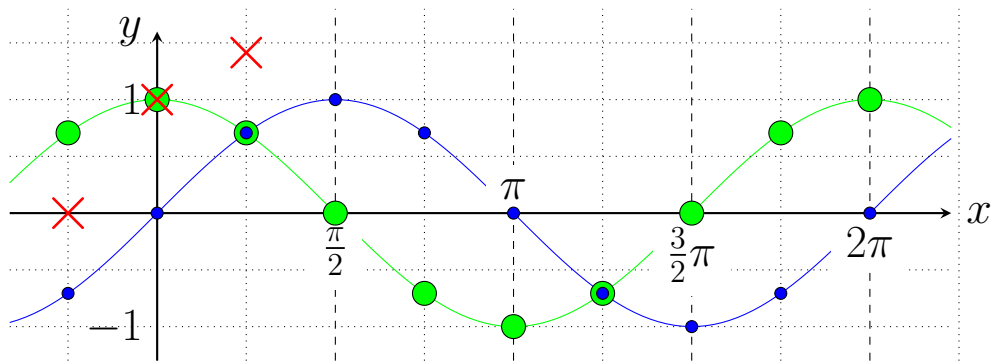
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



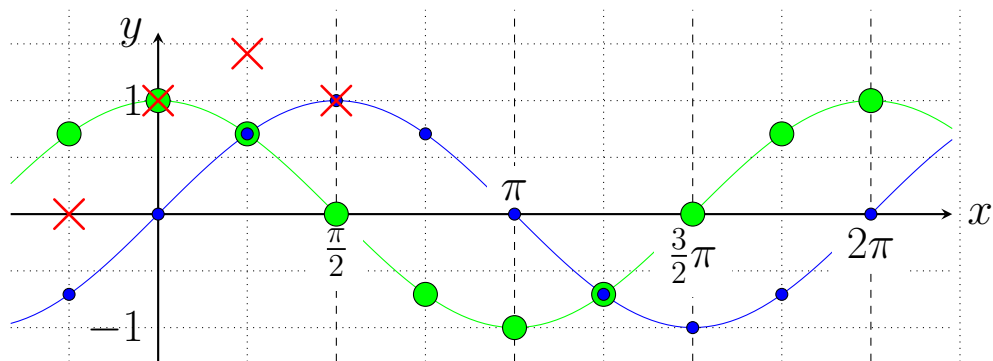
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



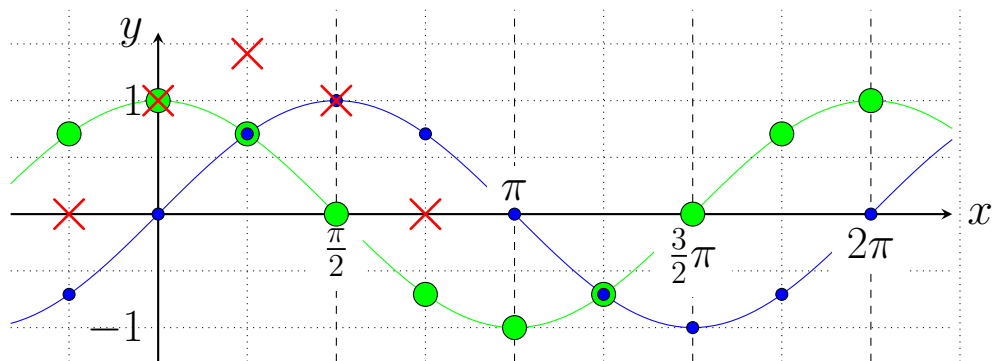
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



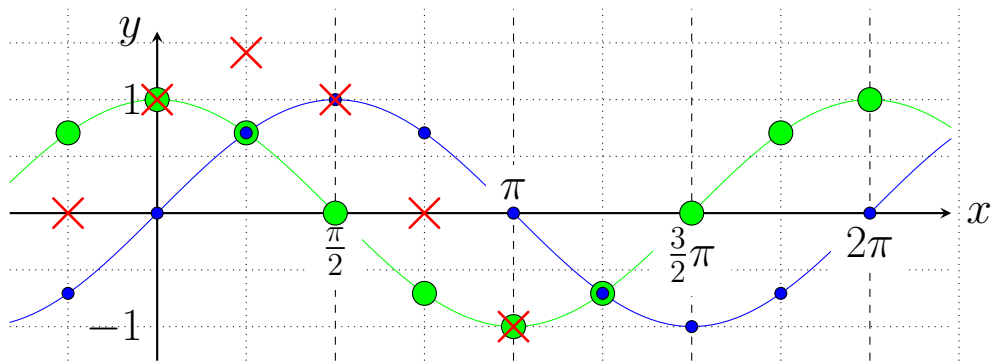
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



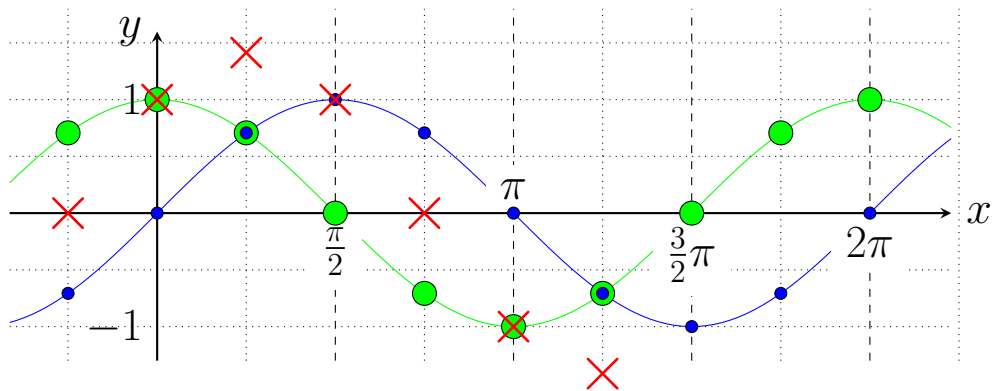
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



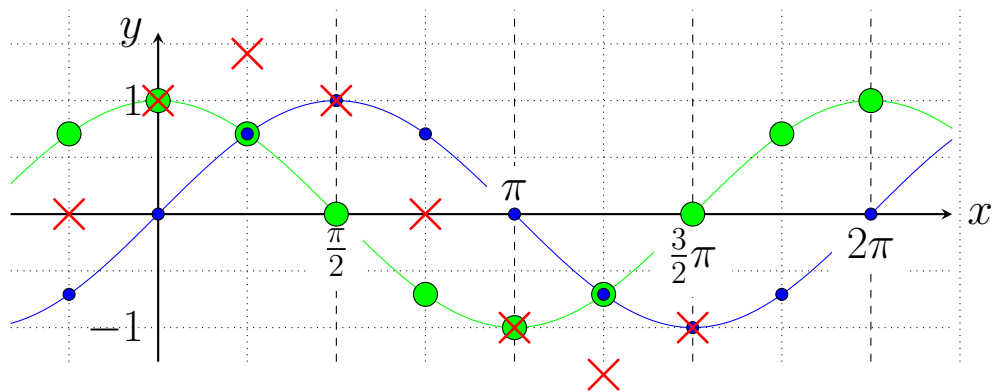
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



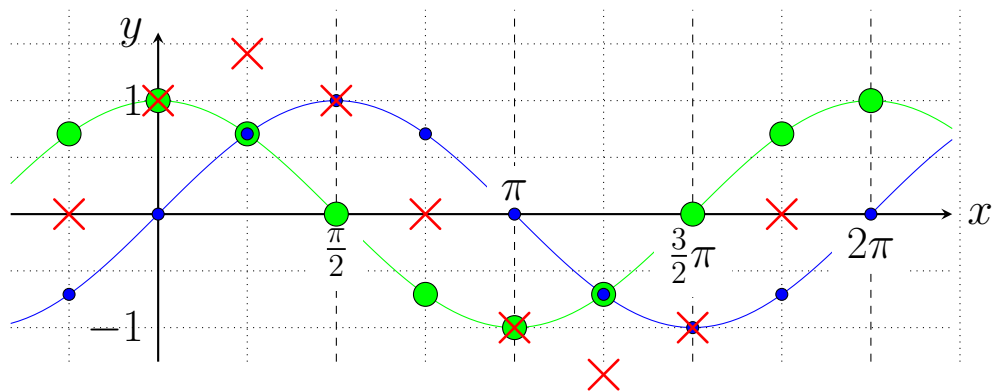
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



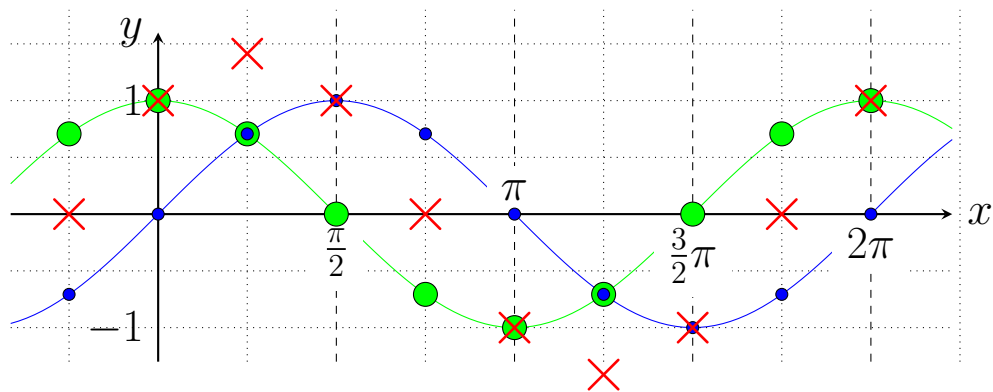
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



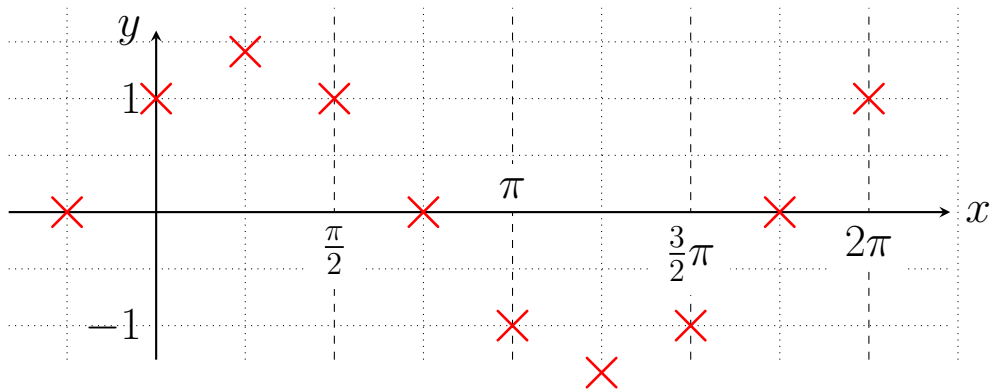
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



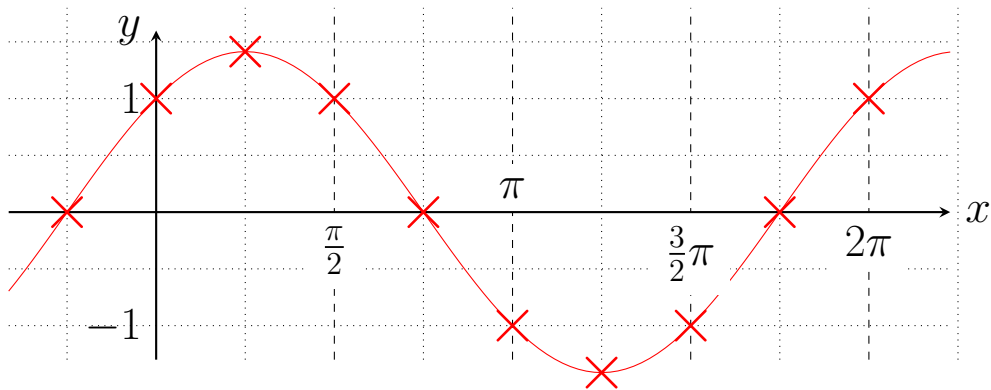
$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



$\sin \theta + \cos \theta$ のグラフを描いてみよう。



三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$



三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$



三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$



三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

$$(\sin \alpha, \cos \alpha) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

$$\begin{aligned} (\sin \alpha, \cos \alpha) &= \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

三角関数の合成

$A \sin \theta + B \cos \theta$ は、ひとつの波になる。

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

この根本にあるのは、加法定理。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$r \sin(\alpha + \theta) = r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta$$

$$r \cos \alpha \cdot \sin \theta + r \sin \alpha \cdot \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

$$\begin{aligned}(\sin \alpha, \cos \alpha) &= \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\&= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\&= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 1

$\sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

$$\sin \theta + \cos \theta$$

$$= 1 \cdot \sin \theta + 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

答 $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

次の式を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

(1) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

(2) $\sin \theta - \cos \theta$



問 1

(1) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

問 1

(1) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1 (1) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \\&= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\&= 2 \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right)\end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \\&= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\&= 2 \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \\&= 2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right)\end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



問 1

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta \\&= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\&= 2 \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \\&= 2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right)\end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

答 $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right)$

問 1

$$(2) \quad \sin \theta - \cos \theta$$

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

問 1 (2) $\sin \theta - \cos \theta$

$$= 1 \cdot \sin \theta - 1 \cdot \cos \theta$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

答 $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$

例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$$



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned} & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \end{aligned}$$



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned} & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned} & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned} & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\ &= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned} & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\ &= 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\ &= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \\ &= 2\sqrt{3} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0



例 2

$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ に変形せよ。

$$\begin{aligned}
 & 3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\
 &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \\
 &= 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \\
 &= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{6} - \cos \theta \sin \frac{\pi}{6} \right) \\
 &= 2\sqrt{3} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right)
 \end{aligned}$$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

答

$$3 \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta = 2\sqrt{3} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right)$$



math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2

次の式を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。

(1) $\sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta$

(2) $3 \sin \theta + 3 \cos \theta$



問 2

(1) $\sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta$

問 2

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta \\ &= \sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos \theta \end{aligned}$$



問 2 (1) $\sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta$

$$= \sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos \theta$$

$$= 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right)$$



問 2

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta \\&= \sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos \theta \\&= 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right) \\&= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{3} \right)\end{aligned}$$



問 2

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta \\&= \sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos \theta \\&= 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right) \\&= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{3} \right) \\&= 2\sqrt{3} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right)\end{aligned}$$



問 2

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta \\&= \sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cos \theta \\&= 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right) \\&= 2\sqrt{3} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{3} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{3} \right) \\&= 2\sqrt{3} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad \sqrt{3} \sin \theta + 3 \cos \theta = 2\sqrt{3} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right)$$



問 2

$$(2) \quad 3 \sin \theta + 3 \cos \theta$$

問 2

$$(2) \quad 3 \sin \theta + 3 \cos \theta$$
$$= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \right)$$

問 2

$$\begin{aligned}(2) \quad & 3 \sin \theta + 3 \cos \theta \\ &= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) \\ &= 3\sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

問 2

$$\begin{aligned}(2) \quad & 3 \sin \theta + 3 \cos \theta \\&= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) \\&= 3\sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right) \\&= 3\sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$



問 2

$$\begin{aligned}(2) \quad & 3 \sin \theta + 3 \cos \theta \\ &= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) \\ &= 3\sqrt{2} \left(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= 3\sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{答}} \quad \underline{3 \sin \theta + 3 \cos \theta = 3\sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)}$$



今回の学習目標

三角関数の合成

- 導入：有名角 (30° , 45° , 60°) の場合