$(0, 2)$ を通り、

直線 $y = \sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす

直線の方程式を求めよ。

math-support.jp

今回の学習目標

直線の傾きは $\tan\theta$ で角度と結びつける。

- 2 直線のなす角をタンジェントの加法定理で

math-support.jp

直線の傾きと正接 $(\tan\theta)$

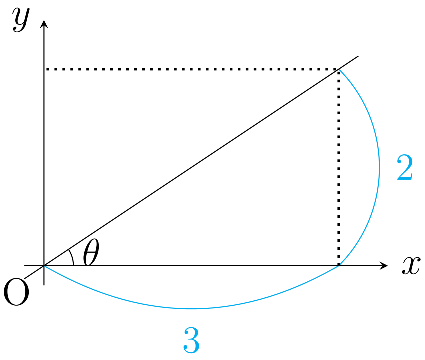
直線 $y = mx$ の傾き m は、x 軸方向に 1 進んだときに、y 軸方向に m 上がることを示す。これは $\tan\theta$ の定義そのものである。

math-support.jp

直線の傾きと正接 ($\tan\theta$)

直線 $y = mx$ の傾き m は、x 軸方向に 1 進んだときに、y 軸方向に m 上がることを示す。これは $\tan\theta$ の定義そのものである。

$m = \frac{2}{3} \quad \to \quad x$ 軸方向に 3 進むと、y 軸方向に 2 上がる。

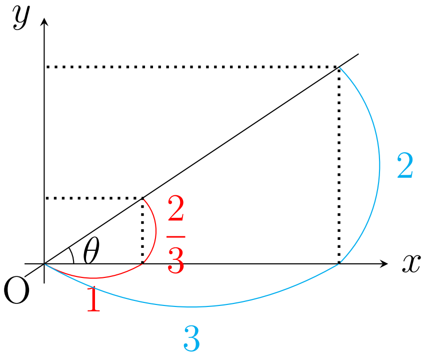


直線の傾きと正接 $(\tan\theta)$

直線 $y = mx$ の傾き m は、x 軸方向に 1 進んだときに、y 軸方向に m 上がることを示す。これは $\tan\theta$ の定義そのものである。

$m = \frac{2}{3} \quad \to \quad x$ 軸方向に 3 進むと、y 軸方向に 2 上がる。

$\qquad\quad \to \quad x$ 軸方向に 1 進むと、y 軸方向に $\frac{2}{3}$ 上がる



math-support.jp

正接の加法定理

$$\boxed{\mathbf{3}} \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

math-support.jp

正接の加法定理

$$\boxed{\mathbf{3}} \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos(\alpha \pm \beta)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta}$$

math-support.jp

正接の加法定理

$$\boxed{\mathbf{3}} \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos(\alpha \pm \beta)} \quad = \frac{\sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta}$$

math-support.jp

例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

math-support.jp

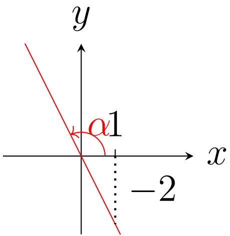
例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$

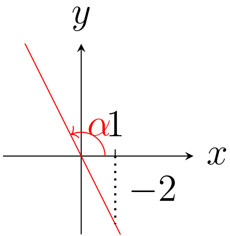
math-support.jp

例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$



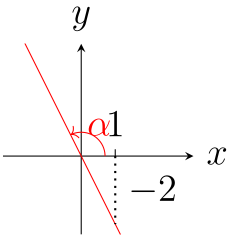
例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

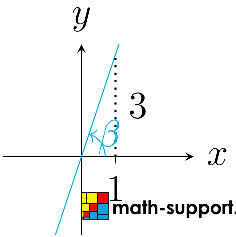


$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

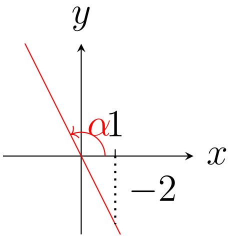


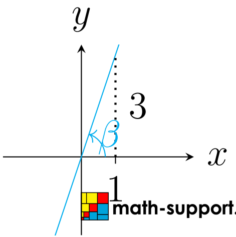


例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

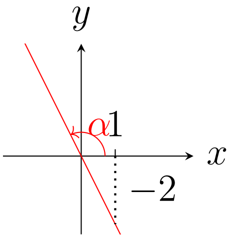
$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$$





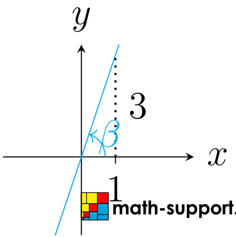
例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。



$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

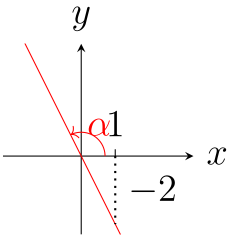
$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$$

$$=\frac{-2-3}{1+(-2)(3)}$$



math-support.jp

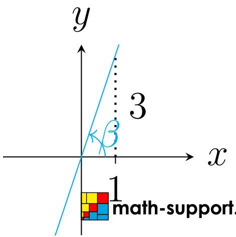
$\boxed{\text{例 1}}$ 2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。



$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$$

$$=\frac{-2-3}{1+(-2)(3)} \quad =\frac{-5}{-5}=1$$

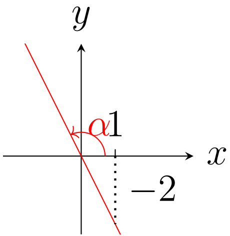


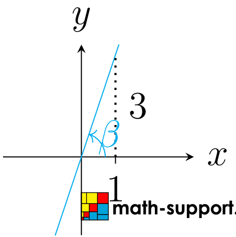
例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$y=-2x+4$ の傾きは -2 だから、
この直線が x 軸となす角 α とすると、$\tan\alpha=-2$
$y=3x-2$ の傾きは 3 だから、
この直線が x 軸となす角 β とすると、$\tan\beta=3$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$$

$$=\frac{-2-3}{1+(-2)(3)}=\frac{-5}{-5}=1$$

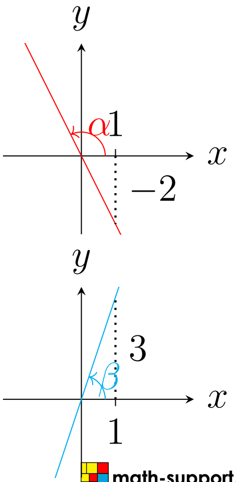




答　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$

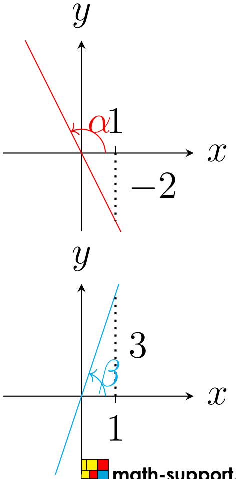
math-support.jp

例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。



例 1　2 直線 $y=-2x+4$ 、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

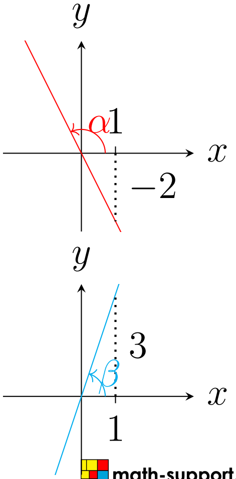
$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$



例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$

$$\beta = \tan^{-1}(3) = 71.5650$$



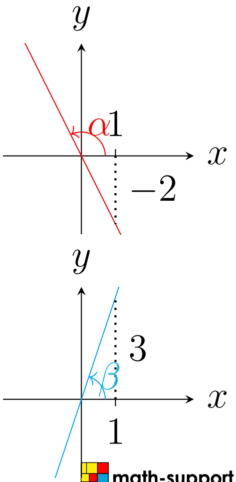
math-support.jp

例 1　2 直線 $y = -2x + 4$ 、 $y = 3x - 2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$

$$\beta = \tan^{-1}(3) = 71.5650$$

$$\theta = \tan^{-1}(3) - \tan^{-1}(-2)$$

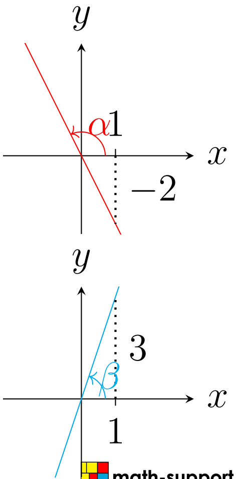


例 1　2 直線 $y = -2x + 4$、 $y = 3x - 2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$

$$\beta = \tan^{-1}(3) = 71.5650$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}(3) - \tan^{-1}(-2) \\ &= 71.5650 - (-63.4349) = 134.9999\end{aligned}$$



math-support.jp

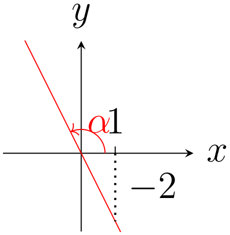
例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

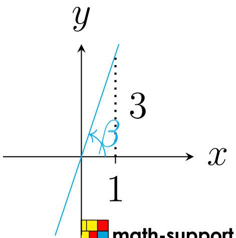
$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$

$$\beta = \tan^{-1}(3) = 71.5650$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}(3) - \tan^{-1}(-2) \\ &= 71.5650 - (-63.4349) = 134.9999\end{aligned}$$

$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$





math-support.jp

例 1　2 直線 $y=-2x+4$、 $y=3x-2$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ とする。

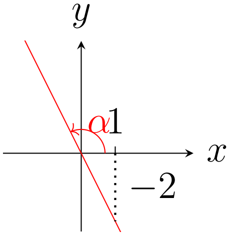
$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.4349$$

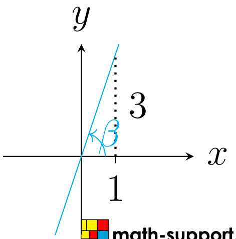
$$\beta = \tan^{-1}(3) = 71.5650$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}(3) - \tan^{-1}(-2) \\ &= 71.5650 - (-63.4349) = 134.9999\end{aligned}$$

$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

答　$\theta = \dfrac{\pi}{4}$





math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、$y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

math-support.jp

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、$y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

math-support.jp

問 1 2 直線 $y = 2x + 1$、 $y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y = 2x + 1 \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = 2$$

math-support.jp

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、 $y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y = 2x + 1 \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = 2$$
$$y = \frac{1}{3}x - 4 \quad \rightarrow \quad \tan\beta = \frac{1}{3}$$

math-support.jp

問 1　2 直線 $y=2x+1$、$y=\frac{1}{3}x-4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y=2x+1 \quad \to \quad \tan\alpha=2$$
$$y=\frac{1}{3}x-4 \quad \to \quad \tan\beta=\frac{1}{3}$$

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$$

math-support.jp

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、$y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y = 2x + 1 \quad \to \quad \tan\alpha = 2$$
$$y = \frac{1}{3}x - 4 \quad \to \quad \tan\beta = \frac{1}{3}$$

$$\tan\theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$= \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{3}}$$

math-support.jp

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、$y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y = 2x + 1 \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = 2$$
$$y = \frac{1}{3}x - 4 \quad \rightarrow \quad \tan\beta = \frac{1}{3}$$

$$\tan\theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$= \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = 1$$

math-support.jp

問 1　2 直線 $y = 2x + 1$、$y = \frac{1}{3}x - 4$ のなす角 θ を求めよ。

$$y = 2x + 1 \quad \to \quad \tan\alpha = 2$$
$$y = \frac{1}{3}x - 4 \quad \to \quad \tan\beta = \frac{1}{3}$$

$$\tan\theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$= \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = 1$$

$\boxed{\text{答}}$ $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y = x + 2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y = x + 2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y = mx$ とする。

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$,　$\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$m=\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3})$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y = x + 2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y = mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y = x + 2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$,　$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan(\tfrac{\pi}{4} + \tfrac{\pi}{3}) = \frac{\tan\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{3}}{1 - \tan\frac{\pi}{4} \cdot \tan\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{\pi}{3}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}} \\
&= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3} \\
&= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2}
\end{aligned}
$$

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)&=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}\\
&=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\\
&=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}\\
&=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)&=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}\\
&=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$= \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$=\frac{4-2\sqrt{3}}{-2}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta=m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\quad \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$\begin{aligned} m=\tan\left(\tfrac{\pi}{4}+\tfrac{\pi}{3}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\ &= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3} \\ &= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$\begin{aligned} m=\tan\left(\tfrac{\pi}{4}-\tfrac{\pi}{3}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \\ &= \frac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3} \\ &= \frac{4-2\sqrt{3}}{-2} = -2+\sqrt{3} \end{aligned}$$

math-support.jp

例 2　原点を通り、直線 $y=x+2$ と $\frac{\pi}{3}$ の角をなす直線を求めよ。

求める直線を $y=mx$ とする。
この直線が x 軸となす角を θ とすると、$\tan\theta = m$
直線 $y=x+2$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{4}$ なので、　$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3},\ \ \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1+2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{3}}$$
$$= \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1-2\sqrt{3}+3}{1-3}$$
$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{-2} = -2+\sqrt{3}$$

答　$y=-(2+\sqrt{3})x,\quad y=(-2+\sqrt{3})x$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の方程式を求めよ。

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。
求める直線を $y=mx+2$ とする。

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。
求める直線を $y=mx+2$ とする。
この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

math-support.jp

問 2　$(0, 2)$ を通り、直線 $y = \sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。
求める直線を $y = mx + 2$ とする。
この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha = m$
直線 $y = \sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。
求める直線を $y=mx+2$ とする。
この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$
直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)$

math-support.jp

問 2　$(0, 2)$ を通り、直線 $y = \sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。
求める直線を $y = mx + 2$ とする。
この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha = m$
直線 $y = \sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$

$\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan\frac{\pi}{3} \cdot \tan\frac{\pi}{4}}$$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}$$

問 2　$(0, 2)$ を通り、直線 $y = \sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y = mx + 2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha = m$

直線 $y = \sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$

$\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{3} + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan\frac{\pi}{3} \cdot \tan\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha = m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$

$\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m = \tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3} \\
&= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3} \\
&= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)$$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha = m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$

$\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$$

$\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m = \tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\tfrac{\pi}{3}+\tfrac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3} \\
&= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\tfrac{\pi}{3}-\tfrac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$

$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-3-1+\sqrt{3}}{1-3}$$

math-support.jp

問 2　$(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、　$\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}$$
$$=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}-3-1+\sqrt{3}}{1-3}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}-4}{-2}$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3} \\
&= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$
\begin{aligned}
m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \\
&= \frac{\sqrt{3}-3-1+\sqrt{3}}{1-3} \\
&= \frac{2\sqrt{3}-4}{-2} = 2-\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

問 2 $(0,2)$ を通り、直線 $y=\sqrt{3}x$ と $\frac{\pi}{4}$ の角をなす直線の式を求めよ。

求める直線を $y=mx+2$ とする。

この直線が x 軸となす角を α とすると、$\tan\alpha=m$

直線 $y=\sqrt{3}x$ が x 軸となす角は $\frac{\pi}{3}$ であるから、 $\alpha=\frac{\pi}{3}\pm\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+3+1+\sqrt{3}}{1-3}=\frac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

$\alpha=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$ のとき、

$$m=\tan\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\frac{\pi}{3}\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}\times\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-3-1+\sqrt{3}}{1-3}=\frac{2\sqrt{3}-4}{-2}=2-\sqrt{3}$$

答 $y=(-2-\sqrt{3})x+2,\quad y=(2-\sqrt{3})x+2$

math-support.jp

今回の学習目標

直線の傾きは $\tan\theta$ で角度と結びつける。

- 2 直線のなす角をタンジェントの加法定理で

math-support.jp