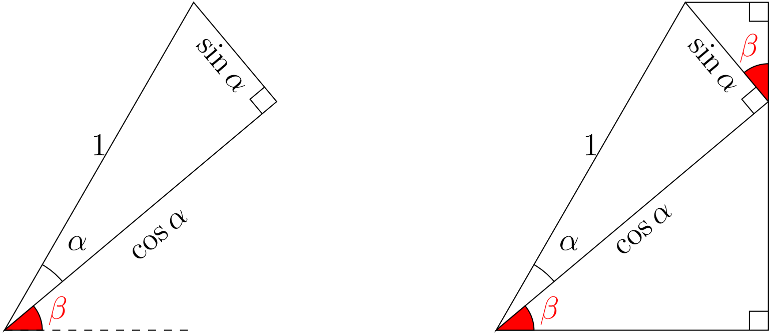
三角関数

2000．サインとコサインの加法定理

次の図を利用して、加法定理を導きなさい。



math-support.jp

今回の学習目標

サインとコサインの加法定理

- 三角関数の新たな基礎

math-support.jp

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

math-support.jp

加法定理とはどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin 75^\circ$

math-support.jp

加法定理とはどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$\sin 75^\circ$$
$$= \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

math-support.jp

加法定理とはどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{1}}$　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin 75^\circ$

$=\sin(45^\circ+30^\circ)\quad=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

math-support.jp

加法定理とはどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$$\sin 75^\circ$$
$$=\sin(45^\circ+30^\circ)\quad =\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

加法定理とはどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{1}}\quad \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$
\begin{aligned}
&\sin 75^\circ \\
&= \sin(45^\circ + 30^\circ) \quad = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

加法定理はどのような定理か？

$$\boxed{\mathbf{2}}\quad \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$\cos 75^\circ$

math-support.jp

加法定理はどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos 75^\circ$

$=\cos(45^\circ+30^\circ)$

math-support.jp

加法定理はどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos 75^\circ$

$=\cos(45^\circ+30^\circ) \quad =\cos 45^\circ\cos 30^\circ-\sin 45^\circ\sin 30^\circ$

math-support.jp

加法定理はどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\quad \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos 75^\circ$

$= \cos(45^\circ + 30^\circ) \quad = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

math-support.jp

加法定理はどのような定理か？

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\quad \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$
\begin{aligned}
&\cos 75^\circ \\
&= \cos(45^\circ + 30^\circ) \quad = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}
\end{aligned}
$$

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos(-\beta)+\cos\alpha\sin(-\beta)$$

math-support.jp

加法定理の $\boxed{1}$、$\boxed{2}$ はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{1}$ $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

$$\begin{aligned}\sin(\alpha-\beta)&=\sin\alpha\cos(-\beta)+\cos\alpha\sin(-\beta)\\&=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

math-support.jp

加法定理の$\boxed{1}$、$\boxed{2}$はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos(-\beta)-\sin\alpha\sin(-\beta)$$

math-support.jp

加法定理の $\boxed{1}$、$\boxed{2}$ はそれぞれ２つあるが、実は１つ

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

この式の β を $-\beta$ と置き換えると、

$$\begin{aligned}\cos(\alpha-\beta)&=\cos\alpha\cos(-\beta)-\sin\alpha\sin(-\beta)\\&=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

math-support.jp

正弦・余弦の加法定理

$\boxed{\mathbf{1}}$

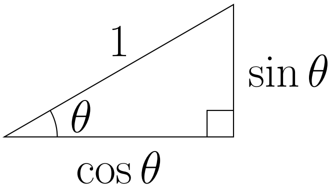
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$

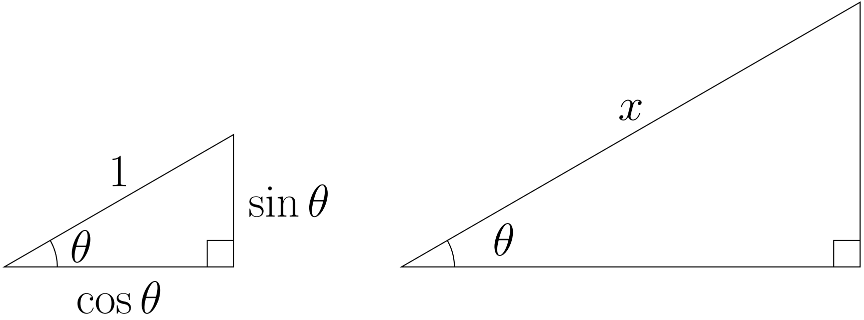
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

math-support.jp

加法定理の証明の準備

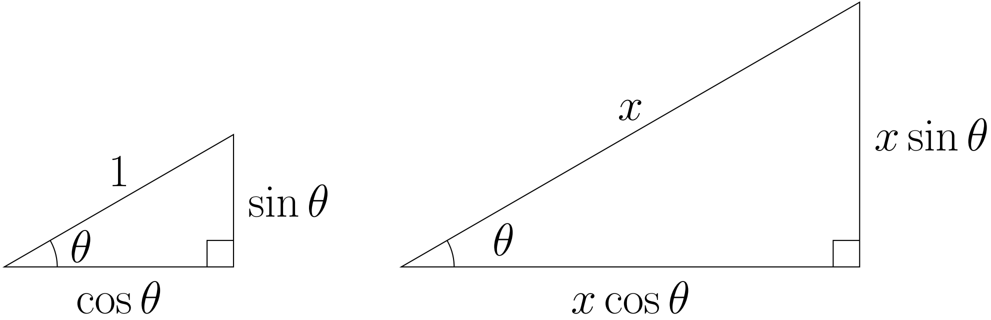


加法定理の証明の準備



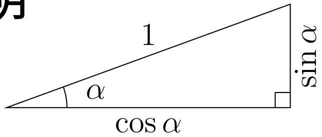
math-support.jp

加法定理の証明の準備

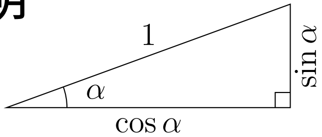


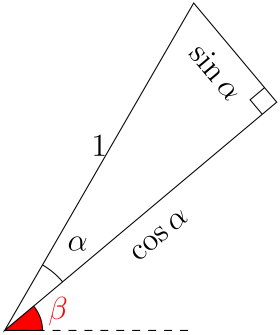
math-support.jp

加法定理の証明

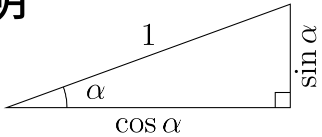


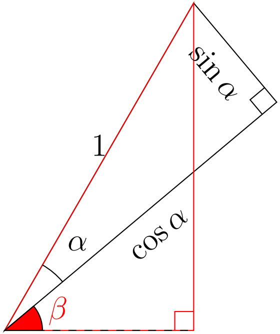
加法定理の証明



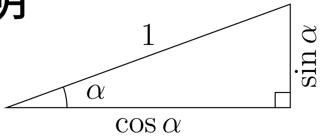


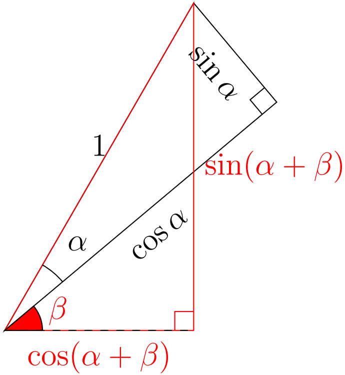
加法定理の証明



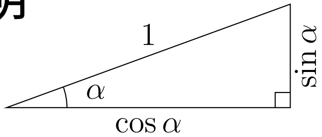


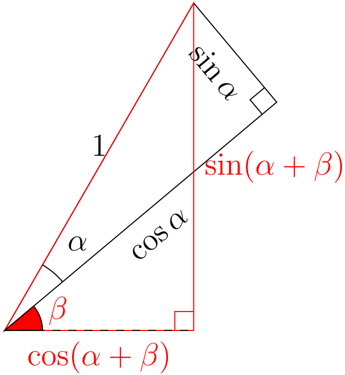
加法定理の証明

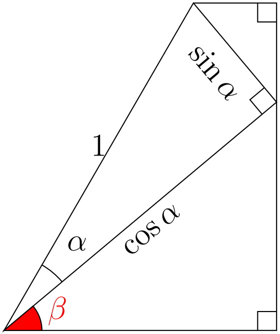




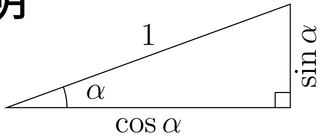
加法定理の証明

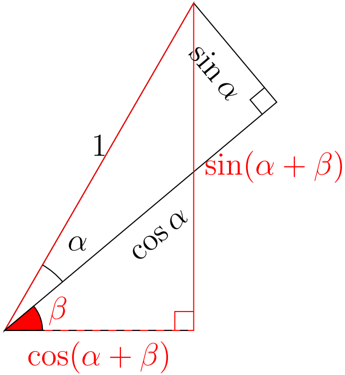

1
$\sin\alpha$
α
$\cos\alpha$

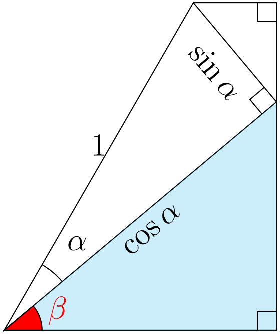

$\sin\alpha$
1
$\sin(\alpha+\beta)$
$\cos\alpha$
α
β
$\cos(\alpha+\beta)$


$\sin\alpha$
1
$\cos\alpha$
α
β

加法定理の証明

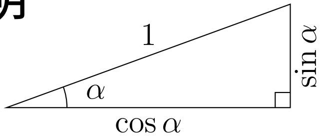




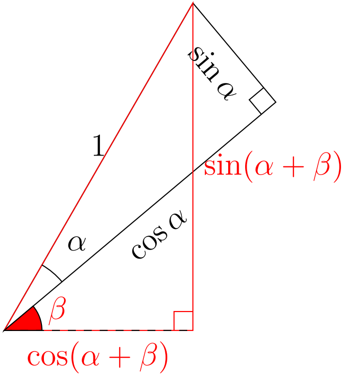


math-support.jp

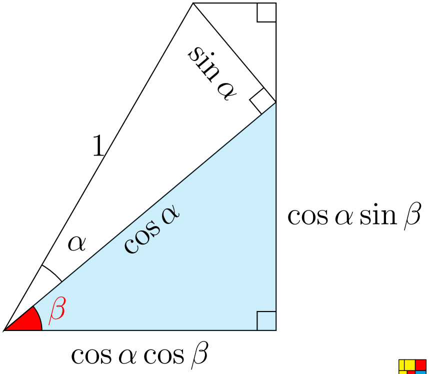
加法定理の証明



1
$\sin\alpha$
α
$\cos\alpha$

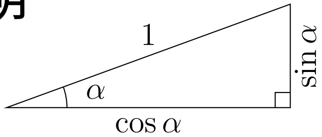


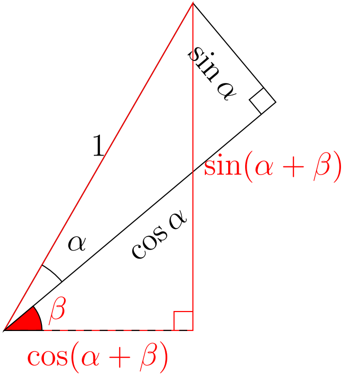
$\sin\alpha$
1
$\sin(\alpha+\beta)$
α
$\cos\alpha$
β
$\cos(\alpha+\beta)$

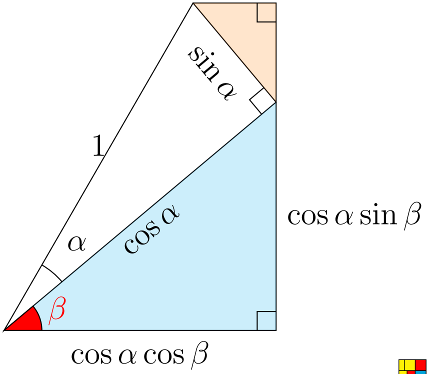


$\sin\alpha$
1
$\cos\alpha\sin\beta$
α
$\cos\alpha$
β
$\cos\alpha\cos\beta$

加法定理の証明

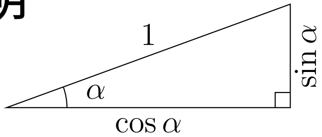


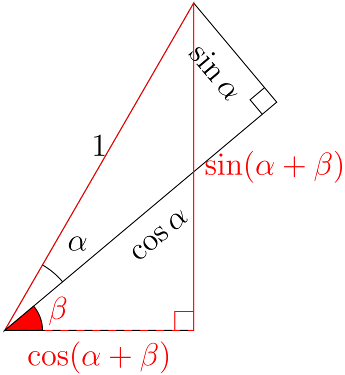


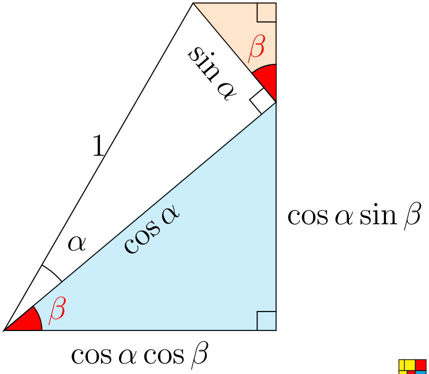


math-support.jp

加法定理の証明

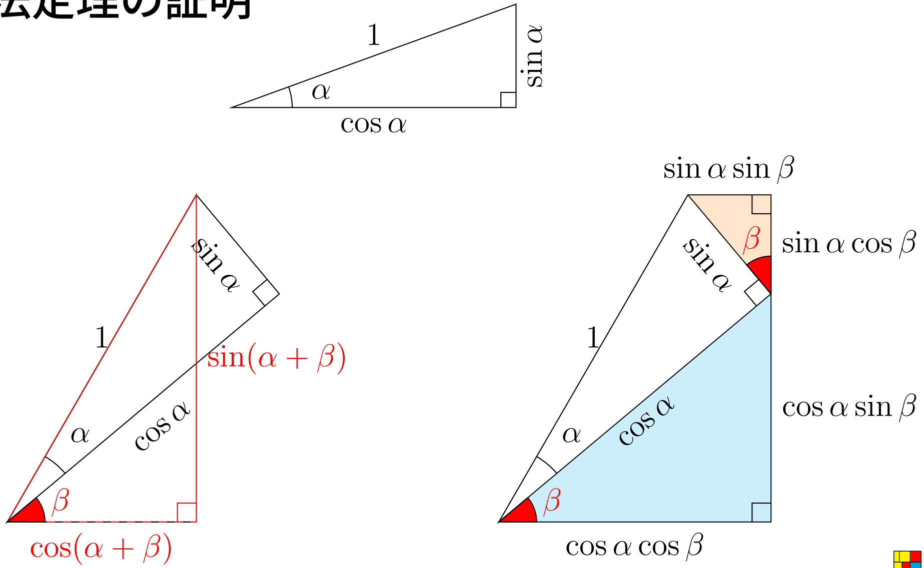






math-support.jp

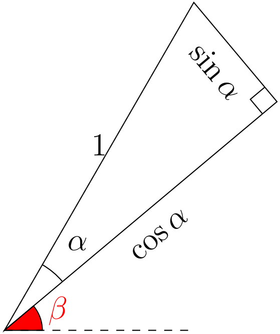
加法定理の証明

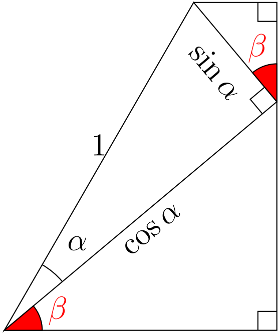


math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

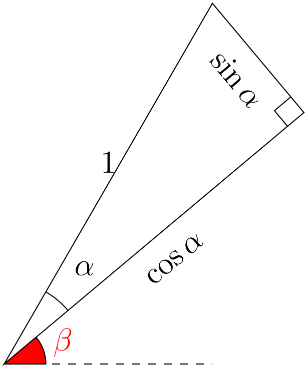
問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

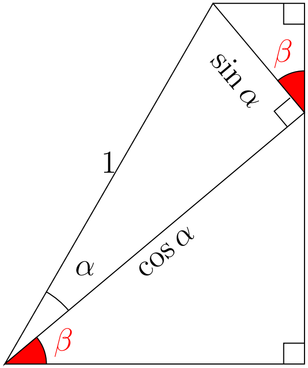




math-support.jp

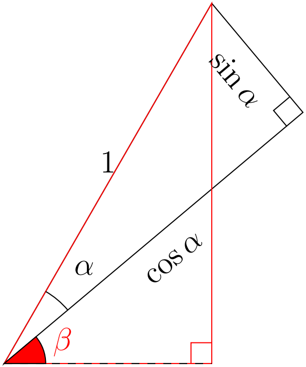
問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

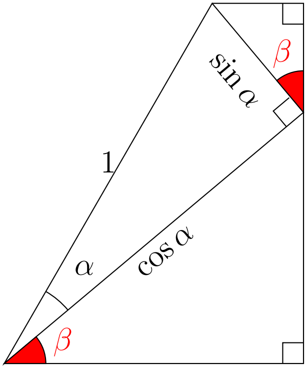




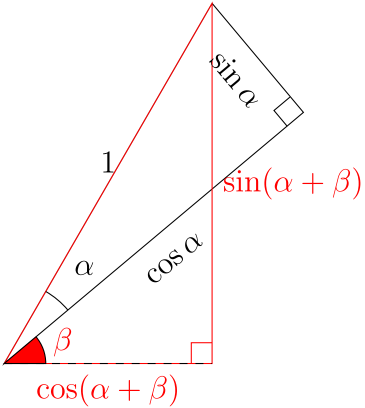
math-support.jp

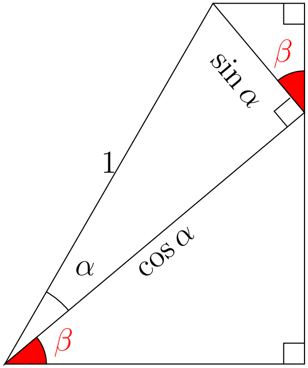
問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。





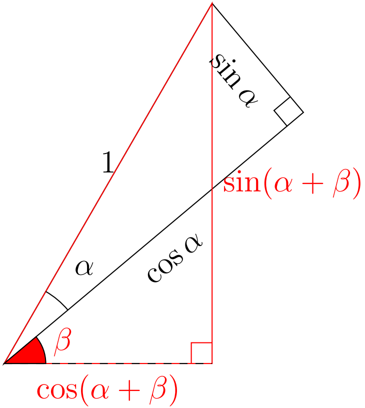
問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

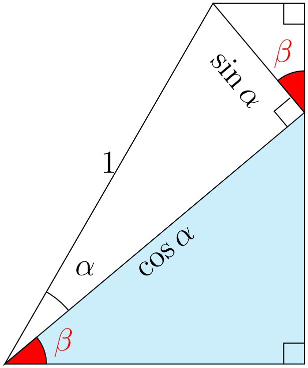




math-support.jp

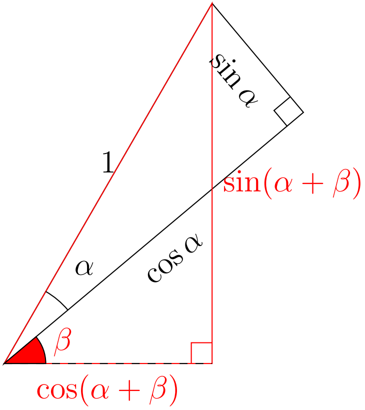
問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

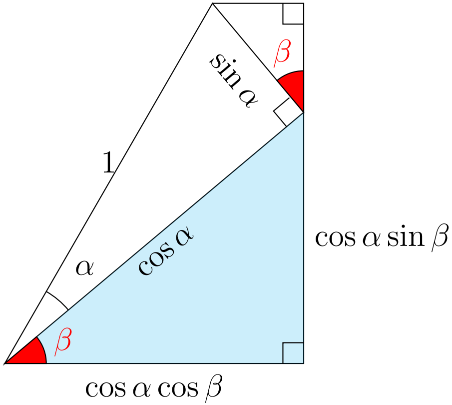




math-support.jp

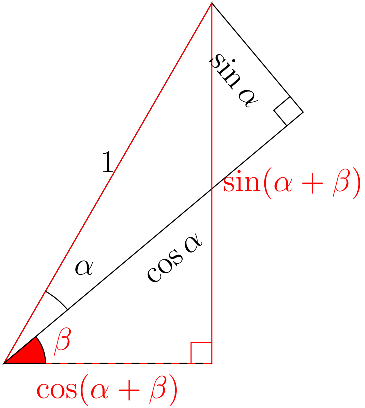
問1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

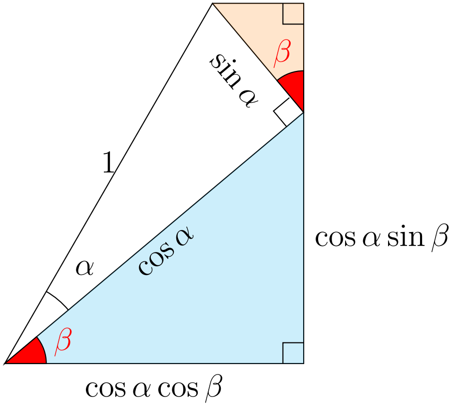




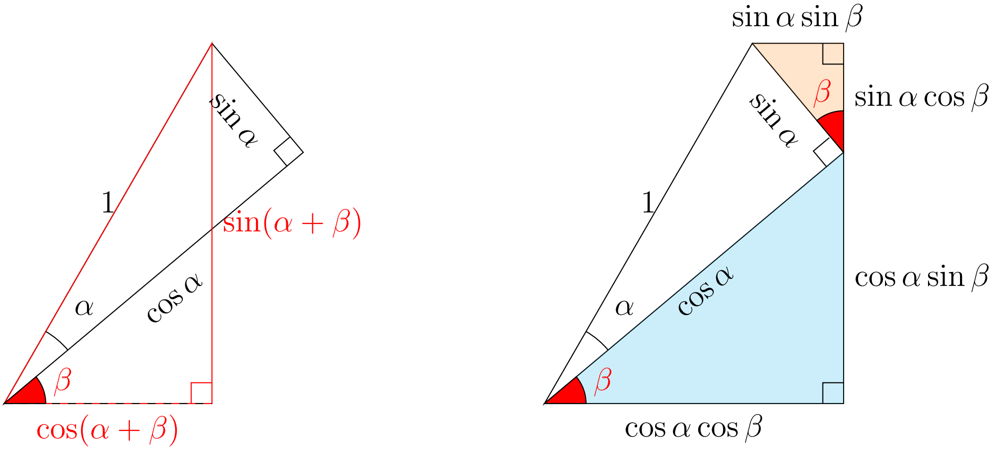
math-support.jp

問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

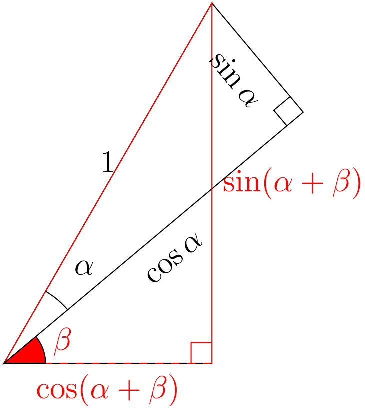


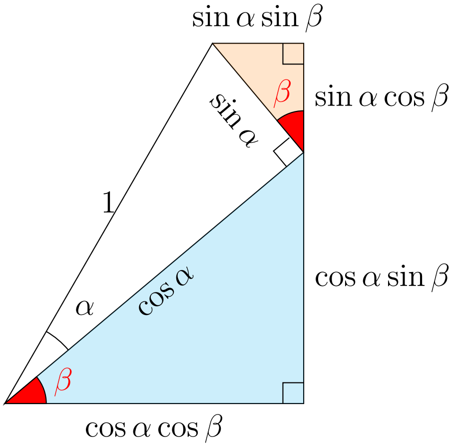


問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。



問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。

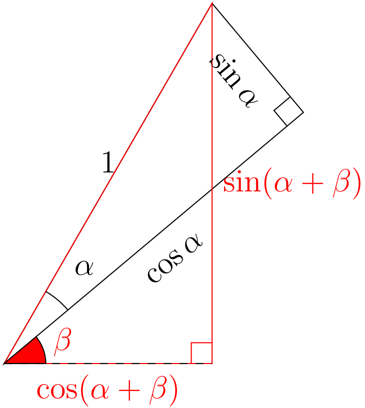


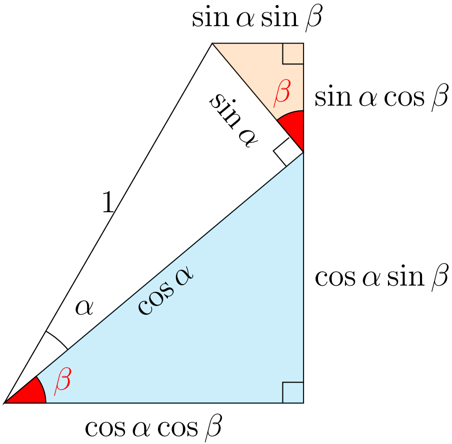


$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

math-support.jp

問 1　次の図を利用して、加法定理を導きなさい。





$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

math-support.jp

$\boxed{\mathbf{1}}$ $$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

math-support.jp

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

咲いた コスモス、コスモス 咲いた

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

math-support.jp

$$\boxed{\mathbf{1}} \quad \sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

咲いた コスモス、コスモス 咲いた

$$\boxed{\mathbf{2}} \quad \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

コスモス コスモス、咲いた咲いた

math-support.jp

今回の学習目標

加法定理を知る

- 三角関数の新たな基礎

math-support.jp