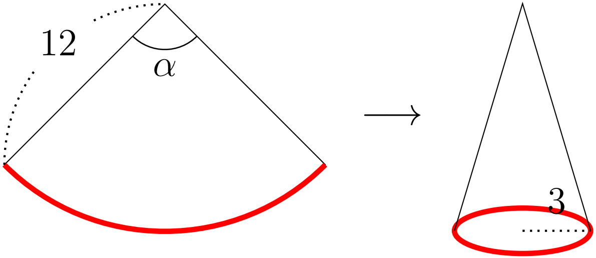
半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



math-support.jp

今回の学習目標

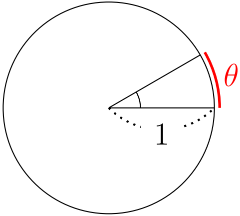
弧度法の利点：角度が長さと直接的に関係

- 扇形の弧の長さ、面積の公式を改めて見直す

math-support.jp

扇形の弧の長さと面積

弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。

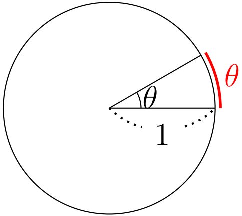


半径 1 のとき

math-support.jp

扇形の弧の長さと面積

弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。

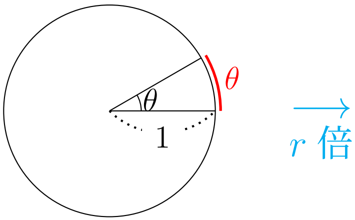


半径 1 のとき

弧の長さ θ のときの角 θ

扇形の弧の長さと面積

弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。



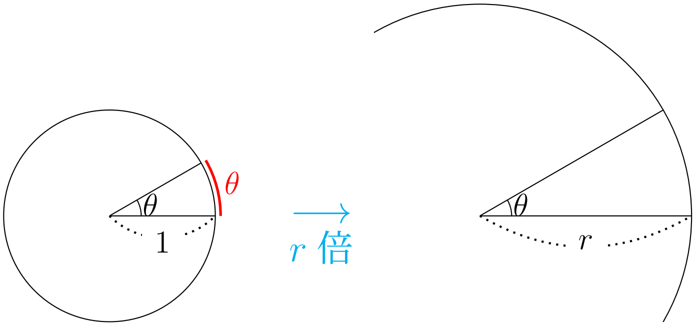
半径 1 のとき

弧の長さ θ のときの角 θ

math-support.jp

扇形の弧の長さと面積

弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。



半径 1 のとき

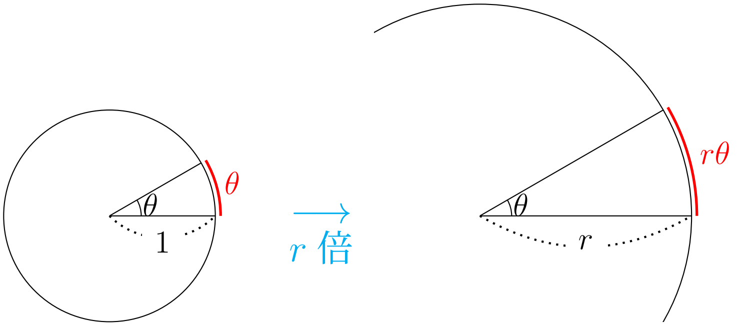
弧の長さ θ のときの角 θ

半径 r のとき

math-support.jp

扇形の弧の長さと面積

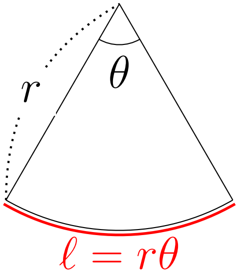
弧度法で角の大きさを表すと、「円周の長さ」や「扇形の面積」がすぐにわかる。

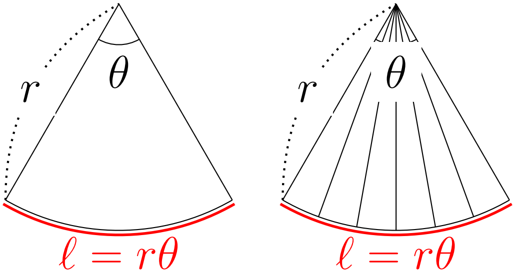


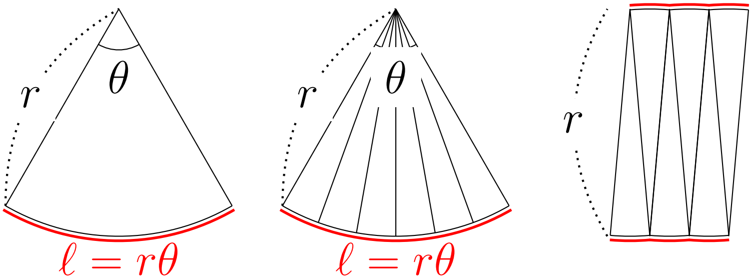
半径 1 のとき　　　　　　半径 r のとき

弧の長さ θ のときの角 θ　角 θ の弧の長さ $r\theta$

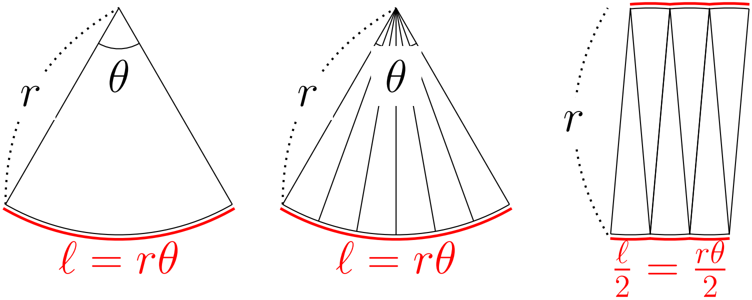
math-support.jp


r
θ
$\ell = r\theta$

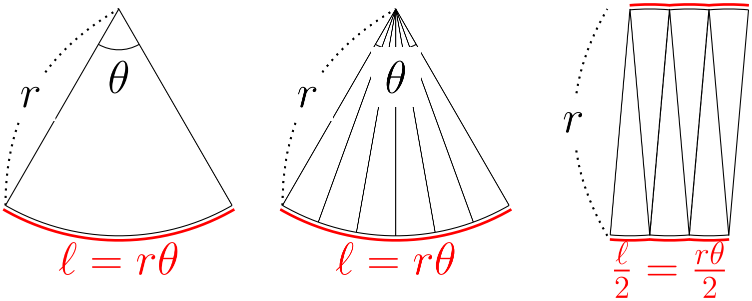

r
θ
$\ell = r\theta$
r
θ
$\ell = r\theta$



math-support.jp



math-support.jp



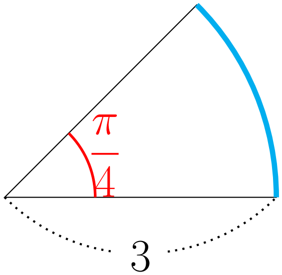
弧度法: 弧の長さと扇形の面積

弧の長さ　$\ell = r\theta$

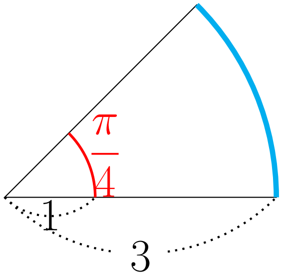
扇形の面積 $S = \dfrac{1}{2}\ell r = \dfrac{1}{2}r^2\theta$

math-support.jp

例 1　半径 3、中心角 $\frac{\pi}{4}$ の扇形の弧の長さ ℓ と面積 S を求めよ。

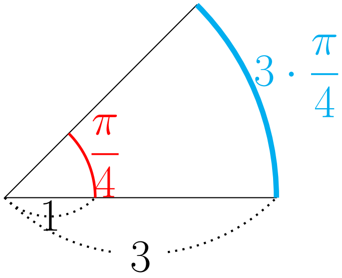


例 1　半径 3、中心角 $\dfrac{\pi}{4}$ の扇形の弧の長さ ℓ と面積 S を求めよ。



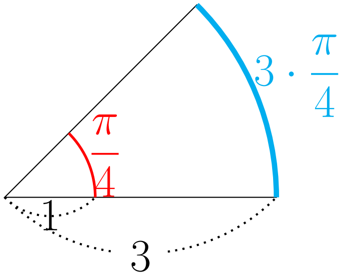
math-support.jp

例 1　半径 3、中心角 $\dfrac{\pi}{4}$ の扇形の弧の長さ ℓ と面積 S を求めよ。



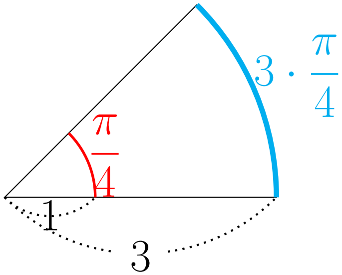
math-support.jp

例 1　半径 3、中心角 $\dfrac{\pi}{4}$ の扇形の弧の長さ ℓ と面積 S を求めよ。



$$\ell = \frac{3\pi}{4},$$

例 1　半径 3、中心角 $\dfrac{\pi}{4}$ の扇形の弧の長さ ℓ と面積 S を求めよ。



$$\ell=\frac{3\pi}{4},\qquad S=3\times\frac{1}{2}\cdot\frac{3\pi}{4}=\frac{9\pi}{8}$$

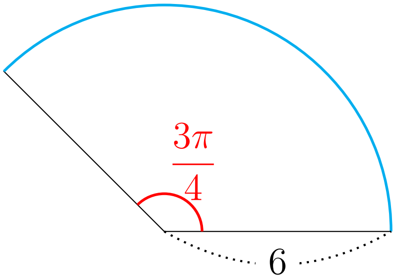
math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　半径 6、中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。

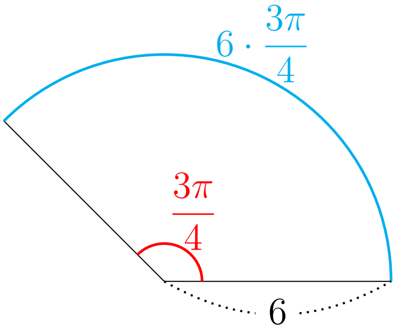
math-support.jp

問 1　半径 6、中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。



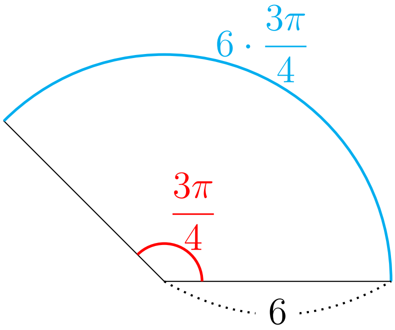
math-support.jp

問 1　半径 6、中心角 $\frac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。



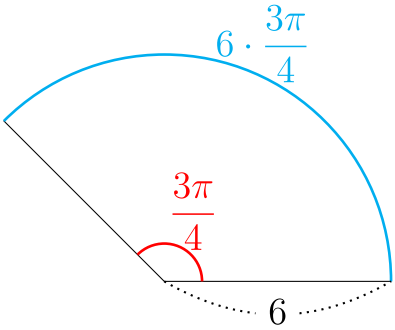
math-support.jp

問 1　半径 6、中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。



$$\ell = 6 \times \frac{3}{4}\pi = \frac{9}{2}\pi$$

問 1　半径 6、中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。

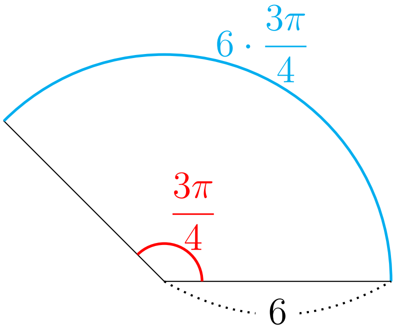


$$\ell = 6 \times \frac{3}{4}\pi = \frac{9}{2}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \times \frac{9}{2}\pi = \frac{27}{2}\pi$$

math-support.jp

問 1　半径 6、中心角 $\dfrac{3}{4}\pi$ の扇形の弧の長さと面積を求めよ。



$$\ell = 6 \times \frac{3}{4}\pi = \frac{9}{2}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \times \frac{9}{2}\pi = \frac{27}{2}\pi$$

答　$\ell = \dfrac{9}{2}\pi,\quad S = \dfrac{27}{2}\pi$

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

答　$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

答　$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

答　$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

$$\frac{32\pi}{3} = \frac{1}{2}r^2 \cdot \frac{2\pi}{3}$$

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

$\boxed{\text{答}}$ $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

$$\frac{32\pi}{3} = \frac{1}{2}r^2 \cdot \frac{2\pi}{3}$$

$$r^2 = 32$$

math-support.jp

例 2　次の値を求めよ。

(1) 半径が 5 で、弧の長さが $\dfrac{5\pi}{3}$ の扇形の中心角 θ

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{3} = 5 \cdot \theta$$

$\boxed{答}$　$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(2) 中心角が $\dfrac{2\pi}{3}$ で、面積が $\dfrac{32\pi}{3}$ の扇形の半径 r

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

$$\frac{32\pi}{3} = \frac{1}{2}r^2 \cdot \frac{2\pi}{3}$$

$$r^2 = 32$$

$\boxed{答}$　$r = 4\sqrt{2}$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

(2) 半径が 4、面積が 6π の扇形の中心角 θ

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\frac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\frac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

答　$r = 15$

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

答　$r = 15$

(2) 半径が 4、面積が 6π の扇形の中心角 θ

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

$\boxed{答}$　$r = 15$

(2) 半径が 4、面積が 6π の扇形の中心角 θ

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

$\boxed{答}$ $r = 15$

(2) 半径が 4、面積が 6π の扇形の中心角 θ

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

$$6\pi = \frac{1}{2} \cdot 4^2\theta$$

math-support.jp

問 2　次の値を求めよ。

(1) 中心角が $\dfrac{\pi}{6}$ で弧の長さが $\dfrac{5\pi}{2}$ の扇形の半径 r

弧の長さを ℓ とすると、$\ell = r\theta$ であるから、

$$\frac{5\pi}{2} = r \cdot \frac{\pi}{6}$$

答　$r = 15$

(2) 半径が 4、面積が 6π の扇形の中心角 θ

面積を S とすると、$S = \dfrac{1}{2}r^2\theta$ であるから、

$$6\pi = \frac{1}{2} \cdot 4^2\theta$$

答　$\theta = \dfrac{3}{4}\pi$

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

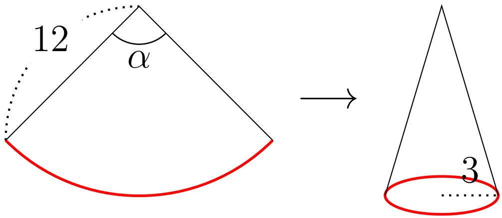
問 3　半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。

math-support.jp

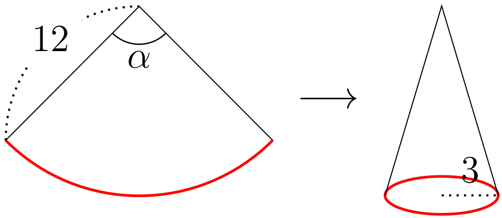
問 3　半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。

math-support.jp

問 3　半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



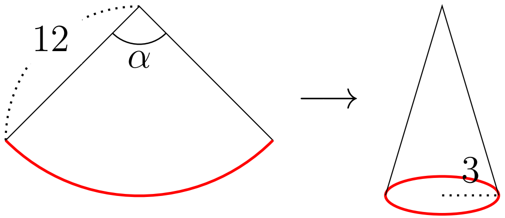
問 3 半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。

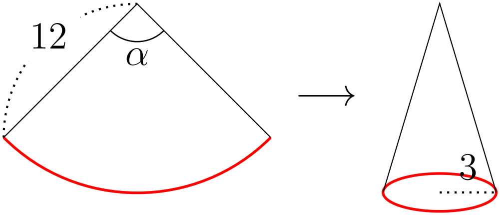
math-support.jp

問 3 半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



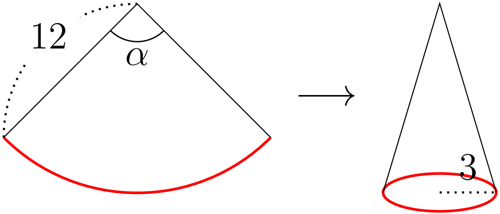
扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。
扇形の弧の長さ：$\ell = 12\alpha$

問 3 半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。
扇形の弧の長さ：$\ell = 12\alpha$
円錐の底面の円周：$3 \times 2\pi = 6\pi$

問 3 半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



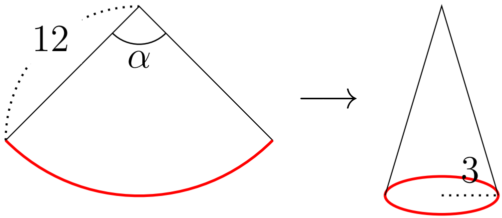
扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。

扇形の弧の長さ：$\ell = 12\alpha$

円錐の底面の円周：$3 \times 2\pi = 6\pi$

よって、$12\alpha = 6\pi$

問 3　半径 12 の円から、中心角 α の扇形を切り取って円錐を作る。この円錐の底面の半径が 3 になるとき、α を求めよ。



扇形の弧の長さが、円錐の底面の円周と等しくなる。

扇形の弧の長さ：$\ell = 12\alpha$

円錐の底面の円周：$3 \times 2\pi = 6\pi$

よって、$12\alpha = 6\pi$

答　$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$

math-support.jp

今回の学習目標

弧度法の利点：角度が長さと直接的に関係

- 扇形の弧の長さ、面積の公式を改めて見直す

math-support.jp