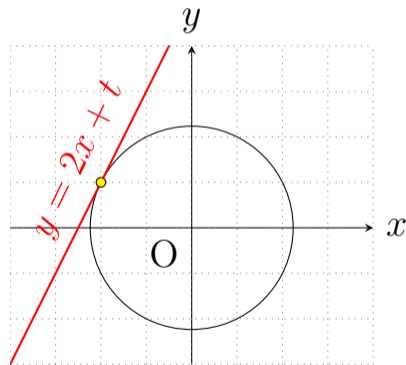


図形と方程式

円の方程式：関連問題

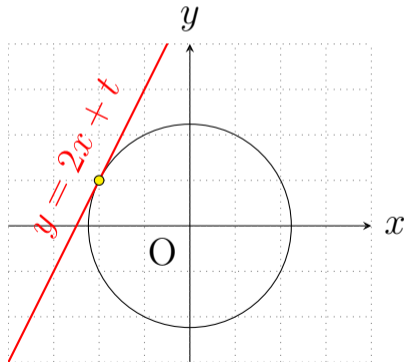
円の接線と半径

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。



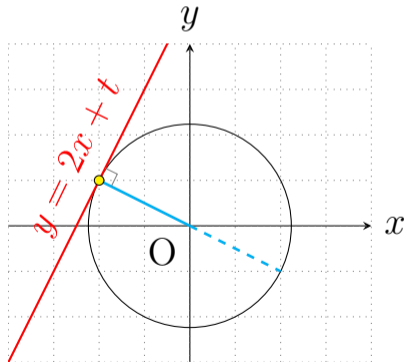
今回の学習目標

円の接線は接点で半径と直交すること
を用いて接点を求める。



今回の学習目標

円の接線は接点で半径と直交すること
を用いて接点を求める。



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点



例 1 円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell: y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (\pm 2) = \mp 1$$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell: y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (\pm 2) = \mp 1$$

接点は、 $(2, -1), (-2, 1)$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (\pm 2) = \mp 1$$

接点は、 $(2, -1), (-2, 1)$

$(2, -1)$ を直線式 $y = 2x + t$ に代入すると、 $t = -5$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell: y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (\pm 2) = \mp 1$$

接点は、 $(2, -1), (-2, 1)$

$(2, -1)$ を直線式 $y = 2x + t$ に代入すると、 $t = -5$

$(-2, 1)$ を代入すると、 $t = 5$



例 1

円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $y = 2x + t$ が接するとき、定数 t の値と接点を求めよ。

直線の傾きは 2 であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell: y = -\frac{1}{2}x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (\pm 2) = \mp 1$$

接点は、 $(2, -1), (-2, 1)$

$(2, -1)$ を直線式 $y = 2x + t$ に代入すると、 $t = -5$

$(-2, 1)$ を代入すると、 $t = 5$

答 $t = 5$ のとき接点 $(-2, 1)$
 $t = -5$ のとき接点 $(2, -1)$



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$\begin{aligned}x^2 + (-4x)^2 &= 17 \\17x^2 &= 17\end{aligned}$$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

これを ℓ の式に代入すると、

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$



問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -4 \cdot (\pm 1) = \mp 4$$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -4 \cdot (\pm 1) = \mp 4$$

ゆえに接点は $(1, -4), (-1, 4)$

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -4 \cdot (\pm 1) = \mp 4$$

ゆえに接点は $(1, -4)$, $(-1, 4)$
 $(1, -4)$ を直線 $x - 4y = t$ に代入すると、 $t = 17$

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -4 \cdot (\pm 1) = \mp 4$$

ゆえに接点は $(1, -4)$, $(-1, 4)$
 $(1, -4)$ を直線 $x - 4y = t$ に代入すると、 $t = 17$

$(-1, 4)$ を代入すると $t = -17$

問 1

円 $x^2 + y^2 = 17$ 、直線 $x - 4y = t$ が接するときの t の値と接点の座標を求めよ。

直線の傾きは、 $\frac{1}{4}$ であるので、接点と中心を結ぶ線分 ℓ の傾きは -4 である。円の中心は $(0, 0)$

$$\ell : y = -4x$$

線分 ℓ と円の交点が接点

$$x^2 + (-4x)^2 = 17$$

$$17x^2 = 17$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

これを ℓ の式に代入すると、

$$y = -4 \cdot (\pm 1) = \mp 4$$

ゆえに接点は $(1, -4)$, $(-1, 4)$
 $(1, -4)$ を直線 $x - 4y = t$ に代入すると、 $t = 17$

$(-1, 4)$ を代入すると $t = -17$

答 $t = 17$ のとき接点 $(1, -4)$
 $t = -17$ のとき接点 $(-1, 4)$

今回の学習目標

円の接線は接点で半径と直交すること
を用いて接点を求める。

