

### 3 点を通る円の方程式

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$   
を通る円の方程式を求めよ。

# 今回の学習目標

3 点を通る円の方程式を求める。

● 三角形の外心を求めることができる。

## 円の方程式

中心  $(a, b)$ 、半径  $r$  の円の方程式

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



## 円の方程式

中心  $(a, b)$ 、半径  $r$  の円の方程式

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

上記を展開すると、

$$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$$



**例 1**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、  
 $4l - 2m = 20 \rightarrow$



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow$$

**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow 2l + 6m = -32$$



**例 1**

3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow 2l + 6m = -32$$

$$2l - m = 10$$

$$\underline{-) \quad 2l + 6m = -32}$$



**例 1** 3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \cdots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \cdots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow 2l + 6m = -32$$

$$\begin{array}{rcl} 2l - m & = & 10 \\ -) 2l + 6m & = & -32 \\ \hline -7m & = & 42 \end{array}$$

**例 1** 3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \dots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \dots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \dots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow 2l + 6m = -32$$

$$\begin{array}{rcl} 2l - m & = & 10 \\ -) 2l + 6m & = & -32 \\ \hline -7m & = & 42 \end{array}$$

$$m = -6, l = 2, n = -15$$

**例 1** 3点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 9 + 36 + 3l + 6m + n = 0 \\ 1 + 64 - l + 8m + n = 0 \\ 16 + 1 - 4l - m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 3l + 6m + n = -45 & \dots (1) \\ -l + 8m + n = -65 & \dots (2) \\ -4l - m + n = -17 & \dots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$4l - 2m = 20 \rightarrow 2l - m = 10$$

(2) - (3) より

$$3l + 9m = -48 \rightarrow 2l + 6m = -32$$

$$\begin{array}{rcl} 2l - m & = & 10 \\ -) 2l + 6m & = & -32 \\ \hline -7m & = & 42 \end{array}$$

$$m = -6, l = 2, n = -15$$

答  $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$



## ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通る  
円の方程式を求めよ。



# 問 1

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。



**問 1**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。



**問 1** 3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

**問 1** 3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

**問 1**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \text{ より、} \\ 3l - 3m = 6 \rightarrow$$



**問 1** 3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \text{ より、} \\ 3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

**問 1**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow$$





**問 1**

3点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow l + m = -6$$



**問 1**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow l + m = -6$$

$$l - m = 2$$

$$+) \quad l + m = -6$$



**問 1**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通  
る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  と  
する。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow l + m = -6$$

$$l - m = 2$$

$$\begin{array}{r} +) \quad l + m = -6 \\ \hline 2l \qquad = -4 \end{array}$$



**問 1**

3点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \cdots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \cdots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \cdots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow l + m = -6$$

$$l - m = 2$$

$$\begin{array}{r} +) \quad l + m = -6 \\ \hline 2l \qquad = -4 \end{array}$$

$$l = -2, m = -4, n = -12$$



**問 1**

3点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。

円の方程式を

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とする。

$$\begin{cases} 25 + 9 + 5l + 3m + n = 0 \\ 4 + 36 + 2l + 6m + n = 0 \\ 9 + 1 - 3l + m + n = 0 \end{cases}$$

これを整理すると、

$$\begin{cases} 5l + 3m + n = -34 & \dots (1) \\ 2l + 6m + n = -40 & \dots (2) \\ -3l + m + n = -10 & \dots (3) \end{cases}$$

(1) - (2) より、

$$3l - 3m = 6 \rightarrow l - m = 2$$

(2) - (3) より、

$$5l + 5m = -30 \rightarrow l + m = -6$$

$$l - m = 2$$

$$+) \quad l + m = -6$$

$$\hline 2l = -4$$

$$l = -2, m = -4, n = -12$$

答  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0$

**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。



**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、例 1 で求めた通り、

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$$



**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、例 1 で求めた通り、

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$$
$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 15 + 1 + 9$$





**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、例 1 で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 &= 0 \\x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 &= 15 + 1 + 9 \\(x + 1)^2 + (y - 3)^2 &= 25\end{aligned}$$



**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、例 1 で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 &= 0 \\x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 &= 15 + 1 + 9 \\(x + 1)^2 + (y - 3)^2 &= 25\end{aligned}$$

この円の中心は  $(-1, 3)$ 、半径 5 である。



**例 2**

3 点  $A(3, 6)$ ,  $B(-1, 8)$ ,  $C(-4, -1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、例 1 で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 &= 0 \\x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 &= 15 + 1 + 9 \\(x + 1)^2 + (y - 3)^2 &= 25\end{aligned}$$

この円の中心は  $(-1, 3)$ 、半径 5 である。

**答**  $\triangle ABC$  の外心は、 $(-1, 3)$ 、外接円の半径 5



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。



## 問 2

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。



**問 2**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、問 1 で求めた通り、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0$$



**問 2**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、問 1 で求めた通り、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0$$
$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 12 + 1 + 4$$

**問 2**

3点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3点を通る円の方程式は、問1で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 &= 0 \\x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 12 + 1 + 4 \\(x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 17\end{aligned}$$





**問 2**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、問 1 で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 &= 0 \\x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 12 + 1 + 4 \\(x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 17\end{aligned}$$

この円の中心は  $(1, 2)$ 、半径  $\sqrt{17}$  である。

**問 2**

3 点  $A(5, 3)$ ,  $B(2, 6)$ ,  $C(-3, 1)$  について、 $\triangle ABC$  の外心と外接円の半径を求めよ。

3 点を通る円の方程式は、問 1 で求めた通り、

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 &= 0 \\x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 12 + 1 + 4 \\(x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 17\end{aligned}$$

この円の中心は  $(1, 2)$ 、半径  $\sqrt{17}$  である。

答  $\triangle ABC$  の外心は、 $(1, 2)$ 、外接円の半径  $\sqrt{17}$

# 今回の学習目標

3 点を通る円の方程式を求める。

● 三角形の外心を求めることができる。