

# 円の方程式 2

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$   
は、どのような図形を表すか。



# 今回の学習目標

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  で表される円の方程式

- 円の方程式となる条件は？
- 2点を直径とする円の方程式

円の方程式  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  を変形すると、

円の方程式  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  を変形すると、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

円の方程式  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  を変形すると、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

したがって、 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  という方程式も  
円の方程式を表す場合がある。

**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$



**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$\begin{array}{rclcl} x^2 + 6x + & y^2 - 10y + & 30 & = & 0 \\ x^2 + 6x & + y^2 - 10y & & = & -30 \end{array}$$





**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x \quad )^2 + (y \quad )^2 =$$



**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 =$$



**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 =$$



**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 =$$



**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

**例 1**

方程式  $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$  は、  
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

答

中心  $(-3, 5)$ , 半径 2 の円

---



## ビデオを止めて問題を解いてみよう

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか  
答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$



**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

答 中心  $(1, -2)$ , 半径 3 の円

---

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$



**問 1** 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

答 中心  $(2, -3)$ , 半径 5 の円

---

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  が、円にならない場合?

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  が、円にならない場合？  
上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  が、円にならない場合？  
上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots\dots (1)$$

(1) の場合、 $x = 2$ ,  $y = 3$  のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点  $(2, 3)$  である。

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  が、円にならない場合？  
上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -1 \quad \dots\dots (2)$$

(1) の場合、 $x = 2$ ,  $y = 3$  のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点  $(2, 3)$  である。

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  が、円にならない場合？  
上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -1 \quad \dots\dots (2)$$

(1) の場合、 $x = 2$ ,  $y = 3$  のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点  $(2, 3)$  である。

(2) の場合、左辺  $\geq 0$  で、右辺  $< 0$  であるから、この方程式を満たす  $x, y$  は存在しない。

**例 2**

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。



**例 2**

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。





**例 2**

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、



**例 2**

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$



**例 2**

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(-2, 2)$  を通る

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(-2, 2)$  を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$



**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(-2, 2)$  を通る

$$\begin{aligned} (-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 &= r^2 \\ 16 + 9 &= r^2 \end{aligned}$$



**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(-2, 2)$  を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$

$$16 + 9 = r^2$$

$$r^2 = 25$$

**例 2**

2点  $A(-2, 2)$ ,  $B(6, 8)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は  $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(-2, 2)$  を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$

$$16 + 9 = r^2$$

$$r^2 = 25$$

$$\boxed{\text{答}} \quad (x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

## ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。



math-support.jp

## 問 2

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点  $A, B$  が直径の両端であるから、  
中心は  $AB$  の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$





**問 2** 2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

**問 2** 2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(5, -6)$  を通る



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(5, -6)$  を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(5, -6)$  を通る

$$\begin{aligned}(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 &= r^2 \\ 16 + 1 &= r^2\end{aligned}$$



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(5, -6)$  を通る

$$\begin{aligned}(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 &= r^2 \\ 16 + 1 &= r^2 \\ r^2 &= 17\end{aligned}$$



**問 2**

2 点  $A(5, -6)$ ,  $B(-3, -4)$  を直径の両端とする円の方  
程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、  
中心は AB の中点。

中心の座標を  $(a, b)$  とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は  $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、  
半径を  $r$  とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は  $A(5, -6)$  を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$

$$16 + 1 = r^2$$

$$r^2 = 17$$

$$\boxed{\text{答}} \quad (x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 17$$



# 今回の学習目標

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  で表される円の方程式

- 円の方程式となる条件は？
- 2点を直径とする円の方程式