

円の方程式 2

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$
は、どのような図形を表すか。

今回の学習目標

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ で表される円の方程式

- 円の方程式となる条件は?
- 2点を直径とする円の方程式

円の方程式 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ を変形すると、

円の方程式 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ を変形すると、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

円の方程式 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ を変形すると、

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

したがって、 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ という方程式も
円の方程式を表す場合がある。

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$\begin{aligned}x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 &= 0 \\x^2 + 6x + y^2 - 10y &= -30\end{aligned}$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x \quad)^2 + (y \quad)^2 =$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x + 3)^2 + (y \quad)^2 =$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y = -30$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 =$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 =$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

例 1

方程式 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$ は、
どのような図形を表すか答えよ。

$$x^2 + 6x + y^2 - 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 = -30 + 9 + 25$$

$$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$$

答 中心 $(-3, 5)$, 半径 2 の円

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 次の方程式はどのような図形を表すか
答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(1) \quad x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 4 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

答 中心 $(1, -2)$, 半径 3 の円

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

問 1

次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

問 1 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

問 1 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

問 1 次の方程式はどのような図形を表すか答えよ。

$$(2) \quad x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

答 中心 $(2, -3)$, 半径 5 の円

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ が、円にならない場合？

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ が、円にならない場合？

上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ が、円にならない場合？

上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

(1) の場合、 $x = 2, y = 3$ のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点 $(2, 3)$ である。

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ が、円にならない場合？

上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) の場合、 $x = 2, y = 3$ のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点 $(2, 3)$ である。

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ が、円にならない場合？

上記の式を変形して、次のような方程式になる場合

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(1) の場合、 $x = 2, y = 3$ のときのみ成り立つ。すなわち、この方程式が表すのは、点 $(2, 3)$ である。

(2) の場合、左辺 ≥ 0 で、右辺 < 0 であるから、この方程式を満たす x, y は存在しない。

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めるよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めるよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めるよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

例 2 2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めるよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

例 2 2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めるよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(-2, 2)$ を通る

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(-2, 2)$ を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(-2, 2)$ を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$
$$16 + 9 = r^2$$

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(-2, 2)$ を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$

$$16 + 9 = r^2$$

$$r^2 = 25$$

例 2

2 点 $A(-2, 2)$, $B(6, 8)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A, B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{-2 + 6}{2} = 2$$

$$b = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

となり、中心は $(2, 5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(-2, 2)$ を通る

$$(-2 - 2)^2 + (2 - 5)^2 = r^2$$

$$16 + 9 = r^2$$

$$r^2 = 25$$

答 $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 2 2点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

問 2

2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方
程式を求めよ。

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(5, -6)$ を通る

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(5, -6)$ を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(5, -6)$ を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$
$$16 + 1 = r^2$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(5, -6)$ を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$

$$16 + 1 = r^2$$

$$r^2 = 17$$

問 2 2 点 $A(5, -6)$, $B(-3, -4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

点 A,B が直径の両端であるから、
中心は AB の中点。

中心の座標を (a, b) とすると、

$$a = \frac{5 + (-3)}{2} = 1$$

$$b = \frac{(-6) + (-4)}{2} = -5$$

となり、中心は $(1, -5)$

したがって、円の方程式は、
半径を r とすると、

$$(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = r^2$$

この方程式は $A(5, -6)$ を通る

$$(5 - 1)^2 + (-6 + 5)^2 = r^2$$

$$16 + 1 = r^2$$

$$r^2 = 17$$

答 $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 17$

今回の学習目標

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ で表される円の方程式

- 円の方程式となる条件は?
- 2点を直径とする円の方程式