直線の定点通過

直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

math-support.jp

今回の学習目標

恒等式の考え方を平面図形に応用する。

$ax+b=0$ がすべての x に対して成り立つなら、
$a=0$ かつ $b=0$ である。

math-support.jp

直線 $x + ay + 2 = 0$ は、a の値を変えると傾きが変化しましたが、必ず点 $(-2, 0)$ を通る直線となっていた。
これはどうしてでしょうか？

math-support.jp

直線 $x+ay+2=0$ は、a の値を変えると傾きが変化しましたが、必ず点 $(-2,0)$ を通る直線となっていた。
これはどうしてでしょうか？

この直線の式を文字 a で整理しなおすと、

math-support.jp

直線 $x+ay+2=0$ は、a の値を変えると傾きが変化しましたが、必ず点 $(-2,0)$ を通る直線となっていた。
これはどうしてでしょうか？

この直線の式を文字 a で整理しなおすと、

$$(y)a+(x+2)=0$$

math-support.jp

直線 $x+ay+2=0$ は、a の値を変えると傾きが変化しましたが、必ず点 $(-2,0)$ を通る直線となっていた。
これはどうしてでしょうか？

この直線の式を文字 a で整理しなおすと、

$$(y)a+(x+2)=0$$

この式は、$y=0,\ x+2=0$ であるならば、左辺はゼロ。

math-support.jp

直線 $x + ay + 2 = 0$ は、a の値を変えると傾きが変化しましたが、必ず点 $(-2, 0)$ を通る直線となっていた。
これはどうしてでしょうか？

この直線の式を文字 a で整理しなおすと、

$$(y)a + (x + 2) = 0$$

この式は、$y = 0, x + 2 = 0$ であるならば、左辺はゼロ。
だから、直線 $x + ay + 2 = 0$ は、a の値に関係なく、点 $(-2, 0)$ を通ることになる。

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0, \quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0,\quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

与式は、 $(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0,\quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

与式は、
$$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$$
$$akx+bky+ck+dx+ey+f=0$$

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0, \quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

与式は、

$$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$$
$$akx+bky+ck+dx+ey+f=0$$
$$(ak+d)x+(bk+e)y+(ck+f)=0$$

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0, \quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

与式は、
$$\begin{aligned}(ax+by+c)k+(dx+ey+f)&=0\\ akx+bky+ck+dx+ey+f&=0\\ (ak+d)x+(bk+e)y+(ck+f)&=0\end{aligned}$$
となり、$Ax+By+C=0$ となるので直線である。

math-support.jp

直線の定点通過

$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$ は直線を表し、
k の値に関わりなく、

$$ax+by+c=0, \quad dx+ey+f=0$$

を満たす点 (x,y) を通る。

与式は、
$$(ax+by+c)k+(dx+ey+f)=0$$
$$akx+bky+ck+dx+ey+f=0$$
$$(ak+d)x+(bk+e)y+(ck+f)=0$$
となり、$Ax+By+C=0$ となるので直線である。
また、$ax+by+c=0, \quad dx+ey+f=0$ を満たせば、与式は
$0k+0=0$ となるので、k の値にかかわらず、成り立つ。

math-support.jp

例 1 直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1

例 1 直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1 直線の方程式を k について整理しなおすと、

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(2x+y)k+(x-1)=0$$

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(2x+y)k+(x-1)=0$$

この式は、$2x+y=0,\ x-1=0$ のとき、

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(2x+y)k+(x-1)=0$$

この式は、$2x+y=0,\ x-1=0$ のとき、
k の値が何であっても成り立つ。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(2x+y)k+(x-1)=0$$

この式は、$2x+y=0,\ x-1=0$ のとき、
k の値が何であっても成り立つ。
この方程式を解くと、$x=1,\ y=-2$ である。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、この点 A の座標を求めよ。

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(2x+y)k+(x-1)=0$$

この式は、$2x+y=0,\ x-1=0$ のとき、
k の値が何であっても成り立つ。
この方程式を解くと、$x=1,\ y=-2$ である。
したがって、この直線は k の値にかかわらず、$A(1,-2)$ を通る。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \qquad \rightarrow \qquad x-1=0$$

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \quad \rightarrow \quad x-1=0$$

$$k=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}y-1=0$$

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2

$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \qquad \rightarrow \qquad x-1=0$$

$$k=-\frac{1}{2} \qquad \rightarrow \qquad -\frac{1}{2}y-1=0$$

よって、$x=1,\ y=-2$ である。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \quad \to \quad x-1=0$$

$$k=-\frac{1}{2} \quad \to \quad -\frac{1}{2}y-1=0$$

よって、$x=1,\ y=-2$ である。

この値を元の直線の方程式の左辺に代入すると、

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \quad \to \quad x-1=0$$
$$k=-\frac{1}{2} \quad \to \quad -\frac{1}{2}y-1=0$$

よって、$x=1,\ y=-2$ である。

この値を元の直線の方程式の左辺に代入すると、

$$(2k+1)(1)+k(-2)-1=0$$

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \quad \rightarrow \quad x-1=0$$
$$k=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}y-1=0$$

よって、$x=1,\ y=-2$ である。

この値を元の直線の方程式の左辺に代入すると、

$$(2k+1)(1)+k(-2)-1=0$$

k の値にかかわらず必ずゼロとなる。

math-support.jp

例 1　直線 $(2k+1)x+ky-1=0$ は、実数 k の値にかかわらず、定点 A を通ることを示し、点 A の座標を求めよ。

解法 2　$(2k+1)x+ky-1=0$ に $k=0,\ -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=0 \quad \rightarrow \quad x-1=0$$
$$k=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}y-1=0$$

よって、$x=1,\ y=-2$ である。

この値を元の直線の方程式の左辺に代入すると、

$$(2k+1)(1)+k(-2)-1=0$$

k の値にかかわらず必ずゼロとなる。

したがって、この直線は k の値にかかわらず必ず $A(1,-2)$ を通る。

math-support.jp

ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

(2) $(k+1)x - (2k+1)y - (2k+3) = 0$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 1

math-support.jp

問 1 次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 1 直線の方程式を k について整理しなおすと、

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(x-2)k - (y-3) = 0$$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(x-2)k - (y-3) = 0$$

この式は、k の値に関係なく、$x - 2 = 0,\ y - 3 = 0$ のときに成り立つ。

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$(x-2)k - (y-3) = 0$$

この式は、k の値に関係なく、$x - 2 = 0,\ y - 3 = 0$ のときに成り立つ。だから、定点は $(2, 3)$

math-support.jp

問 1 次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 2

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 2　方程式に $k = 0, 1$ を代入すると、

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 2　方程式に $k = 0, 1$ を代入すると、

$$k = 0 \quad \to \quad -y + 3 = 0$$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 2　方程式に $k = 0, 1$ を代入すると、

$$k = 0 \quad \to \quad -y + 3 = 0$$

$$k = 1 \quad \to \quad x - y - 2 + 3 = 0$$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(1) $kx - y - 2k + 3 = 0$

解法 2　方程式に $k = 0, 1$ を代入すると、

$$k = 0 \quad \rightarrow \quad -y + 3 = 0$$

$$k = 1 \quad \rightarrow \quad x - y - 2 + 3 = 0$$

これを解いて、$(2, 3)$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。
その定点の座標を求めよ。
(2)　$(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、
$kx+x-2ky-y-2k-3=0$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

$\boxed{\textbf{解法 1}}$　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$kx+x-2ky-y-2k-3=0$$

$$(x-2y-2)k+(x-y-3)=0 \quad \cdots(1)$$

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$kx+x-2ky-y-2k-3=0$$

$$(x-2y-2)k+(x-y-3)=0 \quad \cdots(1)$$

この式 (1) は

$$\begin{cases} x-2y-2=0 & \cdots(2) \\ x-y-3=0 & \cdots(3) \end{cases}$$

を満たせば、k の値に関係なく成り立つ

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。
その定点の座標を求めよ。
(2)　$(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1　直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$kx+x-2ky-y-2k-3=0$$

$$(x-2y-2)k+(x-y-3)=0 \quad \cdots(1)$$

この式 (1) は

$$\begin{cases} x-2y-2=0 & \cdots(2) \\ x-y-3=0 & \cdots(3) \end{cases}$$

を満たせば、k の値に関係なく成り立つ

$$\begin{array}{rl} & x-2y-2=0 \\ -) & x-\ y-3=0 \\ \hline & -\ y+1=0 \end{array}$$

math-support.jp

問 1 次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 1 直線の方程式を k について整理しなおすと、

$$kx+x-2ky-y-2k-3=0$$

$$(x-2y-2)k+(x-y-3)=0 \quad \cdots (1)$$

この式 (1) は

$$\begin{cases} x-2y-2=0 & \cdots (2) \\ x-y-3=0 & \cdots (3) \end{cases}$$

を満たせば、k の値に関係なく成り立つ

$$\begin{array}{rrrrr} & x & -2y & -2 & =0 \\ -) & x & -\ y & -3 & =0 \\ \hline & & -\ y & +1 & =0 \end{array}$$

よって、$(4,1)$ を通る。

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 2

問 1 次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 2 方程式に $k=-1, -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

math-support.jp

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 2　方程式に $k=-1,-\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=-1 \quad \to \quad y-1=0$$

math-support.jp

問 1 次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 2 方程式に $k=-1, -\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=-1 \quad \to \quad y-1=0$$

$$k=-\frac{1}{2} \quad \to \quad \frac{1}{2}x-2=0$$

問 1　次の直線は、定数 k の値にかかわりなく定点を通る。その定点の座標を求めよ。

(2) $(k+1)x-(2k+1)y-(2k+3)=0$

解法 2　方程式に $k=-1,-\dfrac{1}{2}$ を代入する。

$$k=-1 \quad \to \quad y-1=0$$

$$k=-\frac{1}{2} \quad \to \quad \frac{1}{2}x-2=0$$

これを解いて、$(4,1)$

math-support.jp

今回の学習目標

恒等式の考え方を平面図形に応用する。

$ax+b=0$ がすべての x に対して成り立つなら、
$a=0$ かつ $b=0$ である。

math-support.jp