

点と直線の距離 (1)

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と
点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

今回の学習目標

点と直線の距離を求めることができる。



今回の学習目標

点と直線の距離を求めることができる。

● 公式の導出は次回のビデオで解説

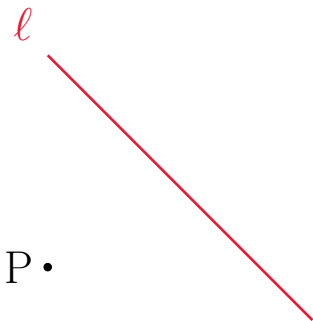
点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

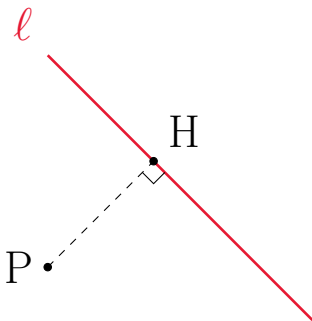
$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



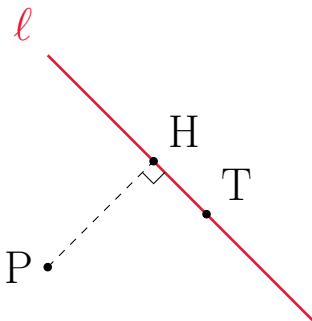
点 P と直線 ℓ との距離は、点 P から直線 ℓ へ引いた垂線の長さ PH です。



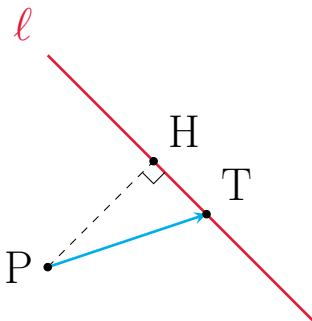
点 P と直線 ℓ との距離は、点 P から直線 ℓ へ引いた垂線の長さ PH です。



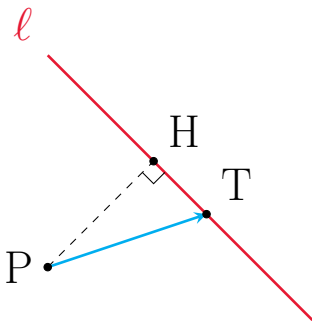
点 P と直線 ℓ との距離は、点 P から直線 ℓ へ引いた垂線の長さ PH です。



点 P と直線 ℓ との距離は、点 P から直線 ℓ へ引いた垂線の長さ PH です。



点 P と直線 ℓ との距離は、点 P から直線 ℓ へ引いた垂線の長さ PH です。



直線上の点と点 P の最短の距離

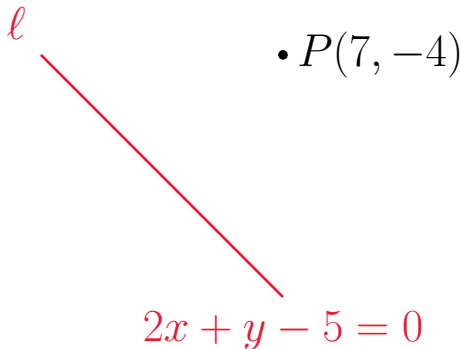
例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。



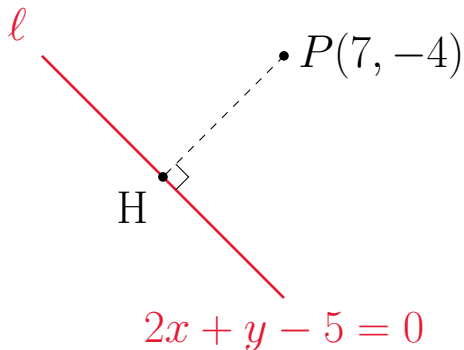
例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 7)$$



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 7)$$
$$x - 2y - 15 = 0 \quad \cdots (1)$$



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 7)$$
$$x - 2y - 15 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 7)$$
$$x - 2y - 15 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(5, -5)$



例 1

直線 $\ell : 2x + y - 5 = 0$ と点 $P(7, -4)$ の距離を求めよ。

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは、 -2 だから、PH の傾きは、 $\frac{1}{2}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 7)$$
$$x - 2y - 15 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(5, -5)$

Step 4 : PH の距離は、
$$\sqrt{(7-5)^2 + (-4-(-5))^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \quad \boxed{\text{答}}$$



ビデオを止めて問題を解いてみよう

問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

(1) $P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$

(2) $P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$

問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$



問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$



問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 8 = -\frac{1}{3}(x + 2)$$



問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$

Step 2 : 直線 PH は、

$$\begin{aligned} y - 8 &= -\frac{1}{3}(x + 2) \\ x + 3y - 22 &= 0 \quad \cdots (1) \end{aligned}$$



問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 8 = -\frac{1}{3}(x + 2)$$
$$x + 3y - 22 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 8 = -\frac{1}{3}(x + 2)$$
$$x + 3y - 22 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(1, 7)$



問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(1) \quad P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは 3、PH の傾きは $-\frac{1}{3}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 8 = -\frac{1}{3}(x + 2)$$
$$x + 3y - 22 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(1, 7)$

Step 4 : PH の距離は、 $\sqrt{(-2 - 1)^2 + (8 - 7)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ 答



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

問 1 次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$

Step 2 : 直線 PH は、

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$
$$3x + 4y - 31 = 0 \quad \cdots (1)$$



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$

Step 2 : 直線 PH は、

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$
$$3x + 4y - 31 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$

Step 2 : 直線 PH は、

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$
$$3x + 4y - 31 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(5, 4)$



問 1

次の点 P と直線 ℓ の距離を求めよ。

$$(2) \quad P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$$

Step 1 : 直線 ℓ の傾きは $\frac{4}{3}$ 、PH の傾きは $-\frac{3}{4}$

Step 2 : 直線 PH は、
$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 1)$$
$$3x + 4y - 31 = 0 \quad \cdots (1)$$

Step 3 : 直線 ℓ と (1) の交点を求める。
連立方程式を解くと、 $H(5, 4)$

Step 4 : PH の距離は、 $\sqrt{(5 - 1)^2 + (4 - 7)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 答



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(1) $P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$

点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(1) $P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$

$$d = \frac{|3(-2) - (8) + 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$

点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(1) $P(-2, 8), \quad \ell : 3x - y + 4 = 0$

$$d = \frac{|3(-2) - (8) + 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{10}}$$



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(1) $P(-2, 8), \ell : 3x - y + 4 = 0$

$$d = \frac{|3(-2) - (8) + 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(2) $P(1, 7), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$



点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(2) $P(\textcolor{red}{1}, \textcolor{blue}{7}), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$

$$d = \frac{|4(\textcolor{red}{1}) - 3(\textcolor{blue}{7}) - 8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(2) $P(\textcolor{red}{1}, \textcolor{blue}{7}), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$

$$d = \frac{|4(\textcolor{red}{1}) - 3(\textcolor{blue}{7}) - 8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|-25|}{\sqrt{25}}$$

点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(2) $P(\textcolor{red}{1}, \textcolor{blue}{7}), \quad \ell : 4x - 3y - 8 = 0$

$$d = \frac{|4(\textcolor{red}{1}) - 3(\textcolor{blue}{7}) - 8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|-25|}{\sqrt{25}} = 5$$

今回の学習目標

点と直線の距離を求めることができる。

● 公式の導出は次回のビデオで解説

点と直線の距離

点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 d

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$